1. 직선 $y = -x + 1$의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

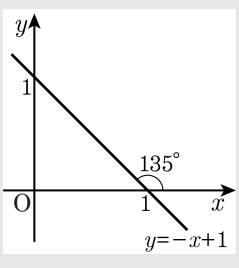
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y절편 1

▷ 정답 : x축의 양의 방향 $135°$

해설

기울기 -1, y 절편 1,
x 축의 양의 방향과
이루는 각 $135°$



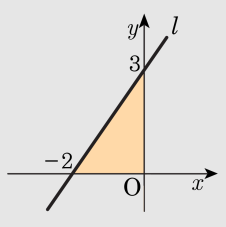
2. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$

3. 세 점 A$(1, 4)$, B $(-1, 2)$, C $(5, a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 2　　② 8　　③ 10　　④ -2　　⑤ -4

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

기울기 $= \dfrac{4-2}{1-(-1)} = 1$

$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x + 3$

위에 $C(5,\ a)$가 존재하므로 대입하면,

$\therefore\ a = 5 + 3 = 8$

4. 곡선 $y = x^3$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C의 x좌표를 각각 a, b, c라고 한다. 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $a + b + c = 0$　② $a + b + c = 1$　③ $abc = 1$
④ $a + c = 2b$　⑤ $ac = b^2$

해설

서로 다른 세 점 $A(a, a^3)$, $B(b, b^3)$, $C(c, c^3)$이 일직선 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기는 같다.

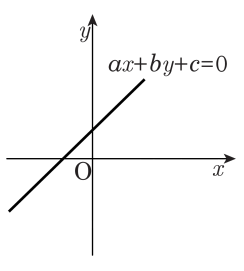
$\therefore \dfrac{b^3 - a^3}{b - a} = \dfrac{c^3 - a^3}{c - a}$

즉, $b^2 + ab + a^2 = c^2 + ac + a^2$

$(b - c)(a + b + c) = 0$ 에서 $b \neq c$ 이므로

$a + b + c = 0$

5. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore\ \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx + ay + b = 0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

6. 두 직선 $(k-2)x+3y-1=0, y=kx+3$ 이 수직이 되도록 하는 모든 k 의 값을 구하면?

① $3, 1$　　② $3, -1$　　③ $4, 2$

④ $1, 5$　　⑤ $-2, -3$

해설

$y=kx+3 \Rightarrow kx-y+3=0$

$(k-2)k+3\cdot(-1)=0$

$k^2-2k-3=0$

$(k-3)(k+1)=0$

$\therefore\ k=3, -1$

해설

기울기의 곱이 -1 임을 이용하면

$-\dfrac{k-2}{3}\times k=-1$

$\therefore\ k(k-2)=3$

$\therefore k=3,\ -1$

7. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$에 수직인 직선의 방정식은?

① $x+y+3=0$ ② $x-y+3=0$ ③ $x+y-3=0$
④ $x-y-3=0$ ⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$
$\therefore\ (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0\cdots$ ㉠
이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로
$(-1)\times\dfrac{2k+5}{k-2}=-1$
$\therefore\ k=-7\cdots$ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 구하는
직선의 방정식은 $x-y+3=0$
(보충)
두 직선 $ax+by+c=0,\ \ a'x+b'y+c'=0$ 의
교점을 지나는 직선은
$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$

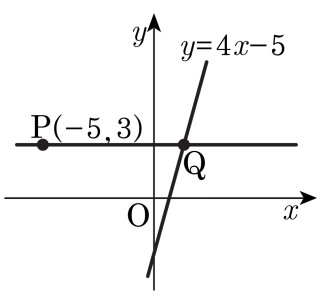
8. 두 이차함수 $y = -x^2 + 3$과 $y = x^2 - 4x + 3$의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 x절편은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x^2 + 3$ 의 꼭지점은 $A(0, 3)$ 이고,
$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$이므로 꼭지점은 $B(2, -1)$ 이다.
이 때, 두 점 $A(0, 3)$,$B(2, -1)$을 지나는
직선의 방정식은 $y = -2x + 3$
따라서, x절편은 $0 = -2x + 3$에서
$x = \frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$이다.

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 6　　② $\frac{13}{2}$　　③ 7　　④ $\frac{15}{2}$　　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 y좌표가 3이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3) 이다.
$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

10. 세 점 A $(2,\ 3)$, B$(-1,\ 5)$, C$(4,\ a)$이 일직선 위에 있을 때, a의 값은?

① -1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

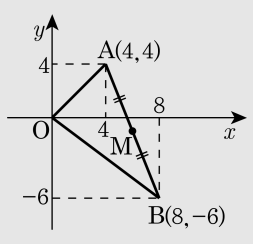
세 점이 일직선 위에 있기 위해서는
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로
$\frac{3-5}{2+1} = \frac{a-5}{4+1}$에서
$\therefore a = \frac{5}{3}$

11. O$(0,0)$, A$(4,4)$, B$(8,-6)$에서 원점을 지나고 $\triangle$OAB의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{6}x$　② $y=-\frac{1}{5}x$　③ $y=-\frac{1}{4}x$
④ $y=-\frac{1}{3}x$　⑤ $y=-\frac{1}{2}x$

해설

구하고자 하는 직선은 원점과 $\overline{AB}$의 중점 M$(6,\ -1)$을 지나므로



$y-0=\frac{-1-0}{6-0}(x-0)$

$\therefore\ y=-\frac{1}{6}x$

12. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1과 l_2가 서로 수직이고 l_1과 l_3가 서로 평행할 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1과 l_2가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.
$(-a)\cdot\frac{b}{3}=-1, \quad \therefore\ ab=3\cdots$ ㉠
l_1과 l_3가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.
$-a=-b-2, \quad \therefore\ a-b=2\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 이용하면
$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4+6=10$

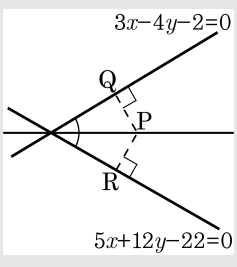
13. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

14. 점 $P(a,\ b)$가 직선 $y=-x+2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a-b,\ a+b)$의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x=1$　　② $y=2$　　③ $x+y=2$

④ $x-y=-4$　　⑤ $x+y=0$

해설

$P(a,\ b)$가 $y=-x+2$ 위의 점이므로

$b=-a+2\ \cdots$ ㉠

$Q(a-b,\ a+b)=(x,\ y)$라 하면,

$a-b=x$, $a+b=y$

$\therefore a=\dfrac{x+y}{2}$, $b=\dfrac{y-x}{2}$

㉠ 에 대입하면 $\dfrac{y-x}{2}=-\dfrac{x+y}{2}+2$

$\therefore y-x=-(x+y)+4$

$\therefore y=2$

15. 점 $(a,\ b)$가 직선 $2x-y-2=0$ 위를 움직일 때, 점 $(a,\ a+b)$의 자취의 방정식은?

① $y=3x-2$　② $y=4x-3$　③ $y=5x-4$
④ $y=6x-5$　⑤ $y=7x-6$

해설

$x=a\cdots$㉠
$y=a+b\cdots$㉡ 에서
a, b 를 소거한다.
점 (a, b)가 직선 $2x-y-2=0$ 위를
움직이므로 $2a-b-2=0$
$\therefore b=2a-2$ 이것을 ㉡에 대입하면
$y=3a-2$
$\therefore y=3x-2$ ($\because$ ㉠)

16. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

$\therefore\ a+2b-1=0\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

17. 다음 세 직선이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의조건은?

$$3x+y+2=0,\ x+3y+k=0,\ 2x-y+3=0$$

① $k \neq -2$　　② $k \neq -3$　　③ $k \neq -4$

④ $k \neq -7$　　⑤ $k \neq -11$

해설

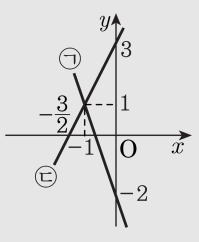
$3x+y+2=0 \cdots$ ㉠

$x+3y+k=0 \cdots$ ㉡ 일 때,

$2x-y+3=0 \cdots$ ㉢

다음 그림과 같이

세 직선이 삼각형을 만들려면 평행한 직선이 없어야 하고 세 직선이 한 점에서 만나지 않아야 한다.

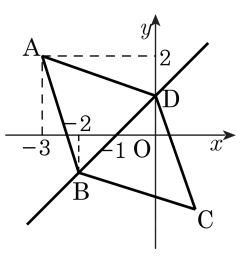


㉠, ㉡, ㉢ 중에 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 조건을 구한다.

㉠과 ㉢을 연립하여 교점의 좌표를 구하면$(-1,\ 1)$ 이다.

이 점을 ㉡에 대입했을 때 등식이 성립하지 않아야 하므로 $-1+3+k \neq 0$,　$\therefore\ k \neq -2$

18. 다음 그림에서 점 B 와 점 D 를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 A$(-3,\ 2)$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD 의 중점은 M$(-1,\ 0)$, 사각형 ABCD 가 마름모이므로
$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,
$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로
$\overline{BD}$ 의 기울기는 1,
점 B 와 점 D 의 y값을 a, b라 하면
$b-a=2,\ \dfrac{a+b}{2}=0$ 이므로 $a=-1,\ b=1$ 이다.
$\therefore$ D$(0,\ 1)$
$\overline{AM}=2\sqrt{2},\ \overline{MD}=\sqrt{2}$ 이므로
마름모 ABCD 의 넓이는
$4\left(\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)=8$

19. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots$㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

$\therefore a+2b-1=0\cdots$㉡

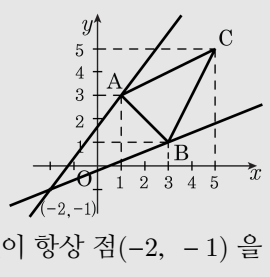
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

20. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 △ABC 와 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 이 만난다. 상수 k 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설



직선의 방정식 $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ 은
k 의 값에 관계없이 항상 두 직선
$ax + by + c = 0$ 과 $a'x + b'y + c' = 0$
의 교점을 지난다.
그림과 같이 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$
즉 $y = k(x + 2) - 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 점$(-2, -1)$ 을 지나므로
이 직선이 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3 = k(1 + 2) - 1$, $k = \frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1 = k(3 + 2) - 1$, $k = \frac{2}{5}$

따라서 $\frac{2}{5} \le k \le \frac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$\therefore \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$

21. 점 $(1,\ -1)$ 에서 직선 $ax+by=0(a\neq 0,\ b\neq 0)$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 관계를 바르게 설명한 것은?

① $a-b=0$　　② $a-b=\sqrt{2}$　　③ $a+b=0$

④ $ab=0$　　⑤ $ab=\sqrt{2}$

해설

$$\frac{|a\times 1+b\times(-1)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

$|a-b|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$

양변을 제곱하면 $a^2-2ab+b^2=2a^2+2b^2$

$a^2+2ab+b^2=0,\ (a+b)^2=0$

따라서 $a+b=0$

22. 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x+2y-1+k(2x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

해설

점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k+1+2(2-k)-1|}{\sqrt{(2k+1)^2+(2-k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5k^2+5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k=0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

23. 다음은 서로 다른 세 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이 S가 $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$임을 보이는 과정이다.

> 선분 AB의 길이
> $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$이고, 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기가 $\boxed{(가)}$이므로, 직선의 방정식은
> $y - y_1 = \boxed{(가)}(x - x_1) \cdots$ ㉠
> 이 때, 점 C와 직선 ㉠사이의 거리 d는
> $d = \dfrac{|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|}{\boxed{(나)}}$
> 따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는
> $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$이다.

이 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?

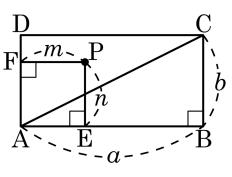
	(가)	(나)
①	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$,	$\sqrt{(x_1 - y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$
②	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$,	$\sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$
③	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$,	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
④	$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$,	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
⑤	$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$,	$\sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$

해설

(가) $\dfrac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

(나) 점 $(x_1,\ y_1)$에서 직선 $ax + by + c = 0$사이의 거리 d는
$d = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 임을 이용하면
$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$이다.

24. $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$ 인 직사각형 ABCD 에서 그림과 같이 삼각형 ACD 의 내부에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 변 AB, AD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자. $\overline{PE} = n$, $\overline{PF} = m$ 일 때,<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ $\frac{n}{m} < \frac{b}{a}$　　㉡ $\frac{n}{m} < \frac{b-m}{a-m}$　　㉢ $\frac{b-m}{a-m} < \frac{b}{a}$

① ㉠　　② ㉢　　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

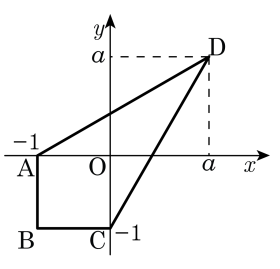
$\frac{n}{m}$ 은 직선 AP 의 기울기,

$\frac{b}{a}$ 는 직선 AC 의 기울기,

$\frac{b-n}{a-m}$ 은 직선 PC 의 기울기이다.

따라서 $\frac{b-n}{a-m} < \frac{b}{a} < \frac{n}{m}$

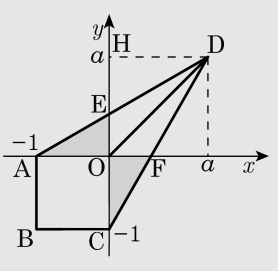
25. 좌표평면 위의 네 점 A$(-1, 0)$, B$(-1, -1)$, C$(0, -1)$, D(a, a)를 꼭지점으로 하는 사각형 ABCD가 있다.



y축이 사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$　② $\frac{\sqrt{5}}{2}$　③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
④ $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$　⑤ $\sqrt{5}$

해설



$\triangle$ AOE $=$ $\triangle$ COF이므로 $\square$ ABCO $=$ $\square$ OFDE이다.

따라서 $\triangle$ ODE $= \frac{1}{2}$ $\square$ABCO $= \frac{1}{2}$이다.

점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

점 E의 좌표를 $(0, k)$라 하면

$\triangle$AOE $\backsim$ $\triangle$DHE이므로

$\overline{AO} : \overline{DH} = \overline{OE} : \overline{HE}$에서

$1 : a = k : (a-k)$, $ak = a - k$

$\therefore\ k = \frac{a}{a+1}$

$\triangle$ODE $= \frac{1}{2} \times \frac{a}{a+1} \times a = \frac{1}{2}$

$\frac{a^2}{a+1} = 1$에서 $a^2 - a - 1 = 0$이므로

$\therefore a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} (\because\ a > 0)$

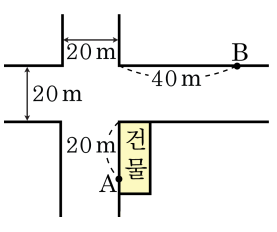
26. 좌표평면 위의 점 P(4, 9)를 지나고 x절편과 y절편, 기울기가 모두 정수인 직선의 개수는 ?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 8　　⑤ 9

해설

점 P(4, 9)를 지나는 직선의 기울기를
m이라 하면
직선의 방정식은 $y-9=m(x-4)\cdots$㉠
x절편 : ㉠에 $y=0$을 대입하면
$-9=m(x-4)$
$\therefore\ x=4-\dfrac{9}{m}$
y절편 : ㉠에 $x=0$을 대입하면
$y-9=-4m$
$\therefore\ y=9-4m$
따라서 x절편, y절편이 모두 정수가 되기위해서는 m의 값은 9의 약수(음수 포함)이어야 한다.
따라서 $m=1,\ 3,\ 9,\ -1,\ -3,\ -9$
$\therefore$직선은 6개 존재한다.

27. 다음 그림과 같이 폭이 20 m 인 인도가 수직으로 만나고 있다. A 지점에 서 있는 사람이 B 지점에 있는 가로등을 보기 위하여 움직여야 할 최소 거리는?(단위는 m)

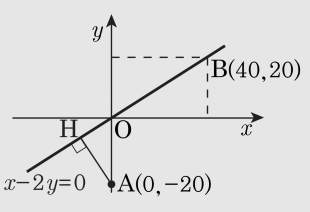


① $2\sqrt{10}$ ② $4\sqrt{10}$ ③ $6\sqrt{5}$

④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 건물의 모서리를 원점으로 하는 좌표축을 생각하면 A, B 지점의 좌표는 각각$(0,-20)$, $(40,\ 20)$ 이다. 이때, 원점과 점 B 를 지나는 직선의 방정식이 $x-2y=0$ 이므로 가로등을 보기 위하여 움직여야 할 최소거리는 점 A 와 직선 $x-2y=0$ 사이의 거리이다. $\therefore\ \overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{|1\cdot 0-2\cdot(-20)|}{\sqrt{1^2+2^2}}=8\sqrt{5}$



28. 좌표평면 위의 직선 $l : 2x - 3y + 2 = 0$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족시키는 직선 l' 의 방정식은?

> i. l 과 l' 은 만나지 않는다.
> ii. 직선 l 에 수직인 직선이 l , l' 과 만나는 점을 각각 A, B 라고 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{13}$ 이다.
> iii. l' 의 y 절편은 l 의 y 절편보다 작다.

① $2x - 3y + 15 = 0$　　② $2x - 3y - 13 = 0$
③ $2x - 3y - 11 = 0$　　④ $3x + 2y + 11 = 0$
⑤ $3x + 2y + 13 = 0$

해설

i. l 과 l' 은 만나지 않으므로 서로 평행하다.
서로 평행하면 기울기가 같으므로
$l' : 2x - 3y + c = 0$ 으로 놓을 수 있다.

ii. $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{13}$ 은
평행한 두 직선 l 과 l' 사이의 거리가 $\sqrt{13}$ 임을 뜻하므로
직선 l 위의 한 점 $(-1,\ 0)$ 에서 직선 l' 에 이르는 거리가 $\sqrt{13}$ 이다.

즉, $\dfrac{|-2+c|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \sqrt{13}$, $|-2+c| = 13$

$-2 + c = \pm 13$　　$\therefore\ c = 15$ 또는 $c = -11$

$\therefore\ l' : 2x - 3y + 15 = 0$ 또는 $l' : 2x - 3y - 11 = 0$

iii. l' 의 y 절편 $5,\ -\dfrac{11}{3}$ 중에서

l 의 y 절편 $\dfrac{2}{3}$ 보다 작은 것은

$-\dfrac{11}{3}$ 이므로 구하는 직선

l' 의 방정식은 $l' : 2x - 3y - 11 = 0$

29. 방정식 $15x^2-6xy-10x+4y=0$ 은 두 직선을 나타낸다. 이 두 직선의 교점을 지나는 직선 중에서 원점으로부터의 거리가 최대인 것은?

① $3x-2=0$　　② $x+3=0$

③ $5x-2y=0$　　④ $4x-3y+6=0$

⑤ $6x+15y-29=0$

해설

준 식을 인수분해하면, $(3x-2)(5x-2y)=0$ $3x-2=0$, $5x-2y=0$

이므로 이 두 직선의 교점은 $A\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ 이다.

이 두 직선의 교점을 지나는 직선과 원점 사이의 거리가 최대일 때는

교점 $A\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ 가 원점에서 직선에 내린 수선의 발일 때이므로

($\overline{OA}$ 의 기울기)$=\frac{5}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y-\frac{5}{3}=-\frac{2}{5}\left(x-\frac{2}{3}\right)$

$\therefore\ 6x+15y-29=0$