1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 이차함수 $y = 12x - (1+3x)(1-3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$y = 12x - (1+3x)(1-3x) = 9x^2 + 12x - 1$

$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$p = -\frac{2}{3}$, $q = -5$

$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$

3. $-2 \le x \le 3$에서 $y = x^2 - 2x - 2$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3 ② 7 ③ −2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x-1)^2 - 3$이고 꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 범위에 포함되므로
$x = 1$에서 최솟값을 $x = -2$에서 최댓값을 갖는다.
(최댓값)$=(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$
(최솟값)$=-3$

4. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$

$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$

$\therefore\ m < 1,\ m > 5$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$의 그래프가 x축에 접할 때, $a^2 + b^2$의 값은? (단, a, b는 실수)

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$에서

$\dfrac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$

$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$

이 때, a, b가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$이므로

$a^2 + b^2 = 5$

6. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 $x = 1$에서 최솟값 1을 가지고 $f(2) = 3$을 만족시킬 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값은?

① -4 ② -3 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$f(x) = a(x-1)^2 + 1$ 에서 $f(2) = 3$ 이므로
$a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2$
즉, $f(x) = 2(x-1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$ 이므로
$b = -4,\ c = 3$
$\therefore a + b + c = 2 - 4 + 3 = 1$

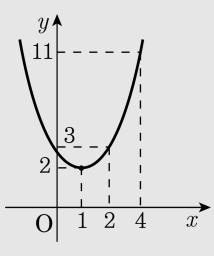
7. $2 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

따라서 함수의 그래프는 점$(1, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로



(i) $x = 2$ 일 때 최소이며, 최솟값은 $f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$

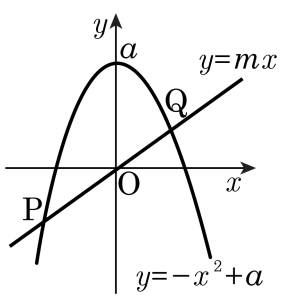
$\therefore\ m = 3$

(ii) $x = 4$ 일 때 최대이며, 최댓값은 $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$\therefore\ M = 11$

$\therefore\ M + m = 14$

8. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$의 그래프와 직선 $y = mx$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x좌표가 $\sqrt{5} - 1$일 때, $a + m$의 값을 구하여라. (단, a , m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q 의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.
점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$이므로
방정식 $x^2 + mx - a = 0$의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.
그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-m = \left(\sqrt{5} - 1\right) + \left(-\sqrt{5} - 1\right) = -2$

$-a = \left(\sqrt{5} - 1\right)\left(-\sqrt{5} - 1\right) = -4$
$\therefore a = 4,\ m = 2 \qquad \therefore a + m = 6$

9. x, y, z가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

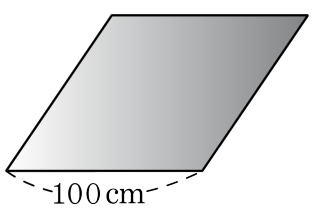
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$
$= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$
$= -(x-2)^2 - y^2 - z^2 + 9$
$x,\ y,\ z$는 실수이므로
$(x-2)^2 \geq 0,\ y^2 \geq 0,\ z^2 \geq 0$
따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는
$x - 2 = 0,\ y = 0,\ z = 0$일 때,
최댓값 9를 갖는다.

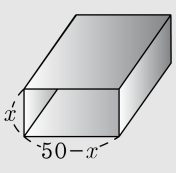
10. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S를 만들고자 한다. S 의 단면적의 최댓값은?



① $695\,\mathrm{cm}^2$ ② $710\,\mathrm{cm}^2$ ③ $625\,\mathrm{cm}^2$

④ $525\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $410\,\mathrm{cm}^2$

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으르 구부리면 단면적 S 는

$S = x(50-x) = -x^2 + 50x$

$= -(x-25)^2 + 625$

$\therefore$ $x = 25$ 일 때, S 의 최댓값은 $625\,\mathrm{cm}^2$