

1. $\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1} &= 3^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{2}{10}} \times 3^{-1} \\ &= 3^{\frac{4}{5} + \frac{1}{5} - 1} = 3^0 = 1\end{aligned}$$

2. $12^3 \times 2^{-4} \div 3^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(2^2 \times 3)^3 \times 2^{-4} \times 3^{-2} &= 2^6 \times 3^3 \times 2^{-4} \times 3^{-2} \\ &= 2^2 \times 3 = 12\end{aligned}$$

3. $a > 0$ 일 때, $\sqrt[3]{\sqrt{a} \sqrt[4]{a^5}}$ 을 간단히 하면?

① a

② $\sqrt{a}$

③ $a \sqrt[7]{a^5}$

④ $\sqrt[8]{a^5}$

⑤ $\sqrt[12]{a^7}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\sqrt{a} \sqrt[4]{a^5}} &= (a^{\frac{1}{2} + \frac{5}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{a^7}\end{aligned}$$

4. $\sqrt[2014]{(-2014)^{2014}} + \sqrt[2015]{(-2015)^{2015}}$ 를 간단히 하면?

① -4017

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 4017

해설

$$(\text{준식}) = |-2014| + (-2015) = -1$$

5. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

① $x \sqrt{x}$

② $x \sqrt[4]{x}$

③ $\sqrt[8]{x}$

④ $\sqrt[8]{x^3}$

⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x \sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

6. $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ 을 간단히 하면 $a^{\frac{n}{m}}$ 이다. 이때, $m - n$ 의 값을 구하여라.
(단, m, n 은 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} &= \sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{8}} \\ n &= 7, m = 8 \\ 8 - 7 &= 1\end{aligned}$$

7. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $2^a = c, 2^b = d$ 일 때, 4^{a+b} 와 같은 것은?

① $\frac{1}{cd}$

② $\frac{1}{2cd}$

③ $\frac{1}{c^2d}$

④ cd

⑤ c^2d^2

해설

$$4^{a+b} = (2^2)^{a+b} = 2^{2a} \cdot 2^{2b} = (2^a)^2 \cdot (2^b)^2 = c^2d^2$$

8. $(7^{\frac{1}{4}} - 5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{4}} + 5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}})$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 10

④ 14

⑤ 18

해설

$$(7^{\frac{1}{4}} - 5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{4}} + 5^{\frac{1}{4}})(7^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}})$$

$$\{(7^{\frac{1}{4}})^2 - (5^{\frac{1}{4}})^2\} (7^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}})$$

$$= (7^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}})(7^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}}) = (7^{\frac{1}{2}})^2 - (5^{\frac{1}{2}})^2$$

$$= 7 - 5 = 2$$

9. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수가 3이고, 등식 $2^a \cdot 5^b = 400^c$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$400 = 2^4 \cdot 5^2 \text{ 이므로}$$

$$2^a \cdot 5^b = 400^c = (2^4 \cdot 5^2)^c = 2^{4c} \cdot 5^{2c}$$

$$\text{따라서, } a = 4c, b = 2c$$

a, b, c 의 최대공약수가 3이므로

$$c = 3, a = 12, b = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12 + 6 + 3 = 21$$

10. 자연수 n 에 대하여 $x = \frac{5^{\frac{1}{n}} - 5^{-\frac{1}{n}}}{2}$ 일 때, $(x + \sqrt{1+x^2})^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\begin{aligned} 1+x^2 &= 1 + \frac{5^{\frac{2}{n}} - 2 - 5^{-\frac{2}{n}}}{4} \\ &= \frac{5^{\frac{2}{n}} + 2 - 5^{-\frac{2}{n}}}{4} = \left(\frac{5^{\frac{1}{n}} + 5^{-\frac{1}{n}}}{2} \right)^2 \\ \therefore (x + \sqrt{1+x^2})^{2n} \\ &= \left(\frac{5^{\frac{1}{n}} - 5^{-\frac{1}{n}}}{2} + \frac{5^{\frac{1}{n}} + 5^{-\frac{1}{n}}}{2} \right)^{2n} = \left(5^{\frac{1}{n}} \right)^{2n} = 5^2 = 25 \end{aligned}$$