

1. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$
 $ = (x - 1)(x + 2)Q(x)$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

2. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$
 $= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로
 $x^2 - x - 2 = 0$, $x^2 - 3x + 2 \neq 0$
(i) $x^2 - x - 2 = 0$ 에서 $(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$
(ii) $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2) \neq 0$
 $\therefore x \neq 1$ 또는 $x \neq 2$
따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

3. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=1$
- ④ $d=4$
- ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

4. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x - 3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

3

1

-4

5

-3

3

-3

6

3

1

-1

2

3

← d

3

1

2

8

← c

1

5

← b

↑

a

∴ $ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$

5. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ & \text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ & \therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

6. 정식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 $3x$ 가 남는다. $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

- ① $6x - 1$
- ② $6x - 2$
- ③ $6x - 3$
- ④ $6x - 5$
- ⑤ $6x - 9$

해설

$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3$
 $\qquad = (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(x) = (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x$
 $\qquad = (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $f(x) = (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b$
 $\qquad = (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 에서 $f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서 $f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \textcircled{㉤}$
 $\therefore \textcircled{㉣}, \textcircled{㉤}$ 에서 $a = 6, b = -9$
 $\therefore$ 나머지는 $6x - 9$

7. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

$\therefore$ 나머지는 5

8. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?
- ① 원 ② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \\ \therefore 2b-3a &= 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}\end{aligned}$$

9. 임의의 자연수 k 에 대하여 $x-k$ 로 나눈 나머지가 k 인 다항식 $f(x)$ 의 개수를 구하면?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 무수히 많다.

해설

나머지 정리에 의하여 임의의 자연수 k 에 대하여 $\therefore f(k) = k$
따라서 $g(x) = f(x) - x$ 로 두면 모든 자연수에 대해서 $g(x) = 0$
이 성립

$\therefore g(x) = 0$

즉, $f(x) = x$

$\therefore$ 1개

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x \text{는 복소수}\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$$i^2 = -1 \rightarrow i^4 = 1$$

11. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$
- ② 3의 허수부분은 0이다.
- ③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.
- ④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.
- ⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

12. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i,$ $1 + \sqrt{-4},$ $3 + 4i,$ $9,$ $i^2 + 1$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

13. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

15. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

㉠ -1 ㉡ 0 ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

16. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

17. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, \quad -\sqrt{2}, \quad 2i, \quad -2i,$
 $3i, \quad -3i, \quad 1-i, \quad 1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0, (1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

18. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

19. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

20. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$