

1. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

2. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

3. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr}
 k & 1 & a & -1 & b \\
 & & c & d & a \\
 \hline
 & 1 & 4 & 3 & \boxed{5}
 \end{array}$$

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = 1$
 ④ $d = 4$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & a & -1 & b \\
 & & 1 & a+1 & a \\
 \hline
 & 1 & a+1 & a & \boxed{b+a}
 \end{array}$$

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

4. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20

② 40

③ -60

④ 120

⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

3	1	-4	5	-3	
		3	-3	6	
3	1	-1	2	3	← d
		3	6		
3	1	2	8	← c	
		3			
	1	5	← b		
	↑				
	a				

∴ $ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$

5. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$

$$= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i$$

$$= a + bi$$

$$\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45$$

6. 정식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 3x가 남는다. $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $6x - 1$

② $6x - 2$

③ $6x - 3$

④ $6x - 5$

⑤ $6x - 9$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \text{㉡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \text{㉢} \end{aligned}$$

㉠, ㉢에서 $f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \text{㉣}$

㉡, ㉣에서 $f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \text{㉤}$

$\therefore \text{㉣}, \text{㉤}$ 에서 $a = 6, b = -9$

\therefore 나머지는 $6x - 9$

7. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \text{㉠}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \text{㉡}$$

㉠ + ㉡을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

\therefore 나머지는 5

8. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}$$

9. 임의의 자연수 k 에 대하여 $x - k$ 로 나눈 나머지가 k 인 다항식 $f(x)$ 의 개수를 구하면?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 무수히 많다.

해설

나머지 정리에 의하여 임의의 자연수 k 에 대하여 $\therefore f(k) = k$
따라서 $g(x) = f(x) - x$ 로 두면 모든 자연수에 대해서 $g(x) = 0$
이 성립

$$\therefore g(x) = 0$$

$$\text{즉, } f(x) = x$$

\therefore 1개

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x \text{는 복소수}\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$$i^2 = -1 \rightarrow i^4 = 1$$

11. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.

④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.

⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

12. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$$2i, \quad 1 + \sqrt{-4}, \quad 3 + 4i, \quad 9, \quad i^2 + 1$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.

$2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.

9와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.

따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

13. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, \sqrt{x} 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 7 개

⑤ 9 개

해설

\sqrt{x} 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^2 = -1$

② $x^2 = -4$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-9} = 3i$

④ 2는 복소수이다.

⑤ $a + bi$ 에서 $b = 0$ 이면 실수이다. (단, a, b 는 실수)

해설

④ $2 = 2 + 0 \cdot i$ 이므로 복소수이다.

15. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 한다.

$$\begin{aligned}z &= 2(k-i) - k(1+i)^2 \\ &= 2k - 2i - 2ki \\ &= 2k - (2 + 2k)i\end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

16. 복소수 $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

17. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

(실수) $^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

18. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 \neq 0이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

19. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.

그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$

따라서 $x = -3$

20. 복소수 $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$