

1.  $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$  을 만족하는  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 9^2 &= 27 \times 3^a \\ &= 3^2 \times (3^2)^2 \\ &= 3^3 \times 3^a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^4 &= 3^6 = 3^3 \times 3^a \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

2.  $2^3 \times (2^2)^4 = 2^{\square}$  의  $\square$  안에 들어갈 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$2^3 \times (2^2)^4 = 2^3 \times 2^8 = 2^{11}$$

3.  $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$  일 때,  $m$ 의 최댓값을 구하여라. (단,  $a, b, c, m$ 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20의 공약수가 곱해질 수 있다.

$m$ 의 최댓값은 4이다.

4.  $(x^m y^2)^3 \times x^4 y^n = x^{10} y^8$  일 때,  $m + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{3m} y^6 \times x^4 y^n = x^{10} y^8 ,$$

$$3m + 4 = 10, \quad m = 2 ,$$

$$6 + n = 8, \quad n = 2$$

$$\therefore m + n = 4$$



5.  $3^4 = x$  라 할 때,  $3^4 + 3^6 - 3^5$  을  $x$  에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $7x$

해설

$$3^4 + (3^4 \times 3^2) - (3^4 \times 3) = x + 9x - 3x = 7x$$

6. 자연수  $n$ 의 일의 자리 숫자를  $P(n)$ 이라고 할 때,  $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4의 거듭제곱은 4, 6이 반복되며, 7의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, \quad 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로  $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.

7. 등식  $x^{3x} = x^{2x+4}$  가 성립하는 자연수  $x$  의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$  에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로  $3x = 2x + 4$ ,  $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉,  $x = 1$  일 때,  $1^3 = 1^6$  이므로 항상 성립한다.  $\therefore x = 1$   
따라서 주어진 식을 만족하는  $x$  의 값을 모두 더하면  $4 + 1 = 5$  이다.

8. 다음은  $(xy^3)^2 \div (-y)^3$  의 풀이 과정이라고 할 때, 처음 틀린 부분을 찾아라.

보기

㉠  $(xy^3)^2 \div (-y)^3 = x^2y^6 \div (-y)^3$

㉡  $x^2y^6 \div (-y)^3 = x^2y^6 \div y^3$

㉢  $x^2y^6 \div y^3 = \frac{x^2y^6}{y^3}$

㉣  $\frac{x^2y^6}{y^3} = x^2y^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$$\begin{aligned}(xy^3)^2 \div (-y)^3 &= x^2y^6 \div (-y)^3 \\ &= x^2y^6 \div (-y^3) \\ &= \frac{x^2y^6}{-y^3} \\ &= -x^2y^3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 ㉡에서  $(-y^3)$  이  $-y^3$  으로 변환되어야 한다. ㉢, ㉣은 ㉡에서 잘못된 값을 계속 가지고 있지만 ㉢, ㉣ 식 자체만으로는 틀리지 않았다.



9.  $(-3x^Ay^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\frac{9x^3}{y^C}$  에서  $A, B, C$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $A = 1$

▷ 정답 :  $B = -9$

▷ 정답 :  $C = 2$

해설

$$(-3x^Ay^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\frac{9x^3}{y^C}$$

$$\frac{Bx^{2A+1}}{y^2} = -\frac{9x^3}{y^C}$$

$$2A + 1 = 3, A = 1$$

$$\therefore A = 1, B = -9, C = 2$$

10. 가로의 길이가  $3a^2b^2$ , 높이가  $\frac{2a}{b}$ 인 직육면체가 있다. 이 입체도형의 부피가  $18a^4b^2$ 일 때 세로의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $3ab$

해설

(직육면체의 부피) = (가로)  $\times$  (세로)  $\times$  (높이)

$\square$ 를 세로의 길이라고 하면

$$18a^4b^2 = 3a^2b^2 \times \frac{2a}{b} \times \square$$

$$18a^4b^2 = 6a^3b \times \square$$

$$\therefore \square = 3ab$$