

1. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 9^2 &= 27 \times 3^a \\ &= 3^2 \times (3^2)^2 \\ &= 3^3 \times 3^a \end{aligned}$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^3 \times 3^a$$

$$\therefore a = 3$$

2. $2^3 \times (2^2)^4 = 2^{\square}$ 의 $\square$ 안에 들어갈 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$2^3 \times (2^2)^4 = 2^3 \times 2^8 = 2^{11}$$

3. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4 이다.

4. $(x^m y^2)^3 \times x^4 y^n = x^{10} y^8$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{3m} y^6 \times x^4 y^n = x^{10} y^8 ,$$

$$3m + 4 = 10, m = 2 ,$$

$$6 + n = 8, n = 2$$

$$\therefore m + n = 4$$

5. $3^4 = x$ 라 할 때, $3^4 + 3^6 - 3^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $7x$

해설

$$3^4 + (3^4 \times 3^2) - (3^4 \times 3) = x + 9x - 3x = 7x$$

6. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.

7. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

8. 다음은 $(xy^3)^2 \div (-y)^3$ 의 풀이 과정이라고 할 때, 처음 틀린 부분을 찾아라.

보기

㉠ $(xy^3)^2 \div (-y)^3 = x^2y^6 \div (-y)^3$

㉡ $x^2y^6 \div (-y)^3 = x^2y^6 \div y^3$

㉢ $x^2y^6 \div y^3 = \frac{x^2y^6}{y^3}$

㉣ $\frac{x^2y^6}{y^3} = x^2y^3$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

$$\begin{aligned}(xy^3)^2 \div (-y)^3 &= x^2y^6 \div (-y)^3 \\ &= x^2y^6 \div (-y^3) \\ &= \frac{x^2y^6}{-y^3} \\ &= -x^2y^3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 ㉡에서 $(-y^3)$ 이 $-y^3$ 으로 변환되어야 한다. ㉢, ㉣은 ㉡에서 잘못된 값을 계속 가지고 있지만 ㉢, ㉣ 식 자체만으로는 틀리지 않았다.

9. $(-3x^A y^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\frac{9x^3}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 1$

▷ 정답 : $B = -9$

▷ 정답 : $C = 2$

해설

$$(-3x^A y^2)^2 \times Bx \div (3y^3)^2 = -\frac{9x^3}{y^C}$$

$$\frac{Bx^{2A+1}}{y^2} = -\frac{9x^3}{y^C}$$

$$2A + 1 = 3, A = 1$$

$$\therefore A = 1, B = -9, C = 2$$

10. 가로 길이가 $3a^2b^2$, 높이가 $\frac{2a}{b}$ 인 직육면체가 있다. 이 입체도형의 부피가 $18a^4b^2$ 일 때 세로의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3ab$

해설

(직육면체의 부피) = (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이)

□를 세로의 길이라고 하면

$$18a^4b^2 = 3a^2b^2 \times \frac{2a}{b} \times \square$$

$$18a^4b^2 = 6a^3b \times \square$$

$$\therefore \square = 3ab$$