

1. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

- ① 칸토어 ② 유클리드 ③ 오일러
④ 골드바흐 ⑤ 가우스

해설

유클리드는 '소수가 무한이다.' 라는 것을 증명하였습니다.

2. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

① 13 과 15

② 19 와 21

③ 16 와 27

④ 5 와 30

⑤ 7 과 11

해설

④ 5 와 30 의 최대공약수는 5 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 11 과 19 는 소수이다.
- ㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.
- ㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.
- ㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

① ㉡,㉣

② ㉠,㉡,㉣

③ ㉡,㉣,㉤

④ ㉠,㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤,㉥

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ㉡ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 12, 30, 72 의 최대공약수는 6 이다.
- ② 18, 32, 84 의 최대공약수는 4 이다.
- ③ 24, 52, 108 의 최대공약수는 4 이다.
- ④ 16, 48, 120 의 최대공약수는 8 이다.
- ⑤ 9, 36, 96 의 최대공약수는 3 이다.

해설

①

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 30 \ 72} \\ 3 \overline{) 6 \ 15 \ 36} \\ \hline 2 \ 5 \ 12 \end{array}$$

최대공약수 : 6

②

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 32 \ 84} \\ 9 \ 16 \ 42 \end{array}$$

최대공약수 : 2

③

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 52 \ 108} \\ 2 \overline{) 12 \ 26 \ 54} \\ \hline 6 \ 13 \ 27 \end{array}$$

최대공약수 : 4

④

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 48 \ 120} \\ 2 \overline{) 8 \ 24 \ 60} \\ \hline 2 \overline{) 4 \ 12 \ 30} \\ \hline 2 \ 6 \ 15 \end{array}$$

최대공약수 : 8

⑤

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \ 36 \ 96} \\ 3 \ 12 \ 32 \end{array}$$

최대공약수 : 3

5. 세 자연수 8, 12, 16의 최소공배수는?

- ① 24 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ \underline{2 \quad 4 \quad 6 \quad 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \underline{1 \quad 3 \quad 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

(최소공배수) : $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$

6. 다음 중 12의 배수이면서 동시에 15의 배수가 되는 수는?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12와 15의 최소공배수인 60의 배수를 찾으면 된다.

7. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

- ① 48,96 ② 48,97 ③ 49,97 ④ 50,96 ⑤ 50,97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

8. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

9. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 0 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 7$$

10. 다음 중 420의 소인수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7

11. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

- ① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,
 $G \times L = A \times B$
 $420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.
 $\therefore (\text{최소공배수}) = 60$

12. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

13. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

14. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 \square 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

15. 세 자연수 54, 72, A의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216일 때, 가장 큰 자연수 A의 값은?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
A는 2×3을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야
하므로
A의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A의 값은 24이다.

16. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

17. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

▶ 답: 개

▶ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1의 약수 : 1

3의 약수 : 1, 3

5의 약수 : 1, 5

15의 약수 : 1, 3, 5, 15

31의 약수 : 1, 31

35의 약수 : 1, 5, 7, 35

53의 약수 : 1, 53

따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.

18. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

19. 72의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)이다.

20. 28의 약수이면서 42의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로

28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1+2+7+14 = 24$ 이다.

21. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로 84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

22. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16$ (cm)

24. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.
따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

