

1. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

2. 다음 이차방정식 중 []안의 수가 방정식의 해가 되는 것을 모두 찾으면?

- ① $x^2 + 3x - 18 = 0$ [-6]
- ② $3x^2 - x - 10 = 0$ [-2]
- ③ $2x^2 + 8x + 3 = 0$ [3]
- ④ $2x^2 - 2x - 4 = 0$ [-1]
- ⑤ $x^2 + 8x - 100 = 0$ [8]

해설

- ② $3 \times (-2)^2 - (-2) - 10 = 4 \neq 0$
- ③ $2 \times 3^2 + 8 \times 3 + 3 = 45 \neq 0$
- ⑤ $8^2 + 8 \times 8 - 100 = 28 \neq 0$

3. 다음 중 이차방정식 $(x - 2)(x + 5) = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = -2$ 또는 $x = 5$

③ $x = -2$ 또는 $x = -5$

④ $x = 2$ 또는 $x = -5$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 2$

해설

$(x - 2)(x + 5) = 0$,
 $x - 2 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$,
따라서 $x = 2$ 또는 $x = -5$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

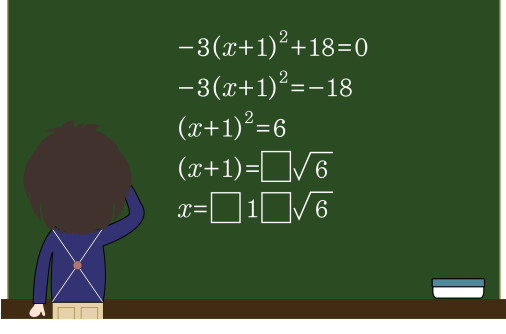
한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

5. 다음은 영태가 이차방정식 $-3(x+1)^2+18=0$ 의 해를 구하고 실수로 부호를 모두 지워버렸다. 에 알맞은 부호를 순서대로 써넣어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ±

▷ 정답 : -

▷ 정답 : ±

해설

$$\begin{aligned} -3(x+1)^2+18 &= 0 \\ -3(x+1)^2 &= -18 \\ (x+1)^2 &= 6 \\ (x+1) &= \pm\sqrt{6} \\ x &= -1 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.(단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{4} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

따라서 $A = -2, B = 6$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 축으로 옳은 것은?

① $(0, 4), x = 4$

② $(0, -4), x = -4$

③ $(0, 4), x = 0$

④ $(4, 0), x = 4$

⑤ $(4, 0), x = 0$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축은 $x = 0$ 이다.

8. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \\ &= ax^2 - (2a - b)x + (a - b + c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - 4ac = 0$ ② $c = a^2$ ③ $x = \frac{b}{2a}$
④ $b^2 - 4ac < 0$ ⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

10. 30cm의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{cm}$ 라 하면,
 $54 = x(15 - x)$, $x = 6$ 또는 $x = 9$
따라서 직사각형의 가로와 세로의 길의 차는 3cm이다.

11. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

① $y = 2x^3 - 2x$

② $y = x(x + 2)$

③ $y = \frac{4}{x^2}$

④ $y = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

해설

① $y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \frac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

12. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

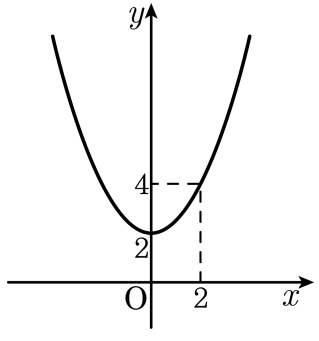
④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

② $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$

13. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

14. 다음 포물선을 꼭이 좁은 것부터 차례로 쓴 것을 고르면?

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = 4x^2$
㉢ $y = \frac{3}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

- ① ㉠-㉡-㉢-㉣
- ② ㉡-㉣-㉠-㉢
- ③ ㉡-㉢-㉠-㉣
- ④ ㉢-㉠-㉣-㉡
- ⑤ ㉣-㉡-㉢-㉠

해설

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

15. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -5 만큼 평행 이동시킨 함수의 식은?

① $y = -2x^2 + 5$

② $y = -2(x - 5)^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = -2x^2 - 5$

⑤ $y = 2x^2 - 5$

해설

$y = -2x^2 - 5$

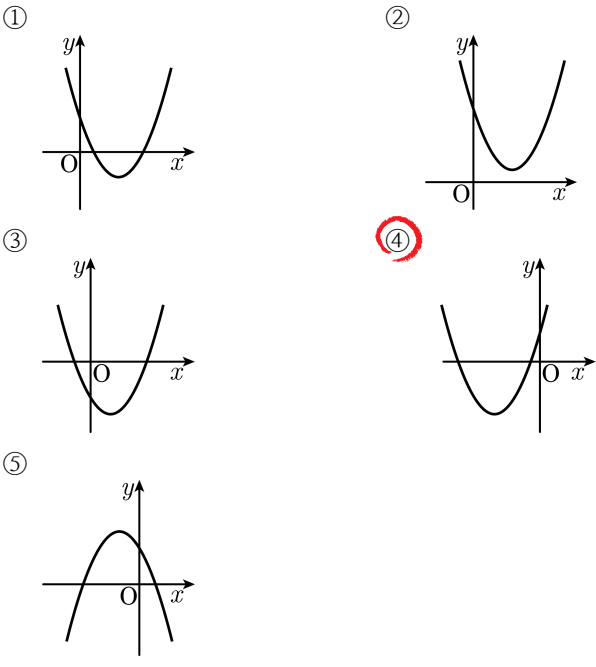
16. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.
- ③ y 절편은 -2 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ⑤ $(1, 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

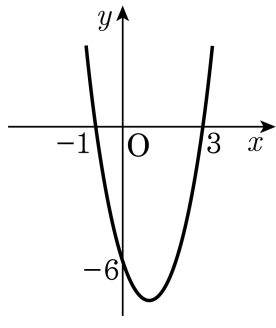
17. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

18. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$

② $y = 2x^2 + 4x - 6$

③ $y = x^2 - 2x - 6$

④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로

구하는 식은 $y = a(x + 1)(x - 3)$

$(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$

$\therefore a = 2$

$y = 2(x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$

$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

19. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11 \text{ 에서 } M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8 \text{ 에서 } m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

20. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 다항식 $2x^2 - x - 3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x + 1)(2x - 3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

21. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 할 때, a, b 를 근으로 하는 $x^2 + px + q = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 2 개
- ② 1 개
- ③ 0 개
- ④ 무수히 많다.
- ⑤ 근의 개수를 구할 수 없다.

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 에서 $(-4)^2 + 4 \times 12 > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.
 $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 에서 $(-2)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times 4 = 0$ 이므로 $b = 1$ 이다.
2, 1 을 근으로 하는 방정식을 구하면 $(x - 2)(x - 1) = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이고 근의 개수는 $(-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 > 0$ 이므로 2 개다.

22. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 3 이고, 큰 근은 작은 근의 2 배 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 근을 α , $\alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + 3 = 2\alpha, \alpha = 3$$

따라서 두 근은 3, 6 이다.

근과 계수와의 관계로부터

$$-a = 3 + 6, a = -9$$

$$b = 3 \times 6 = 18$$

$$\therefore a + b = 9$$

24. 콜라의 수는 사이다의 수보다 6 캔 더 많고, 사이다의 수의 제곱은 콜라의 수의 2배보다 3개 더 많다. 콜라의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

콜라와 사이다의 수를 x , $x - 6$ (개)라고 하면

$$2x + 3 = (x - 6)^2$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$(x - 3)(x - 11) = 0$$

$x > 6$ 이므로

$$\therefore x = 11$$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b + 5), (-1, 4a - 1)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$a = 3, b = -6, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$

26. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 6 일 때 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 7$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x + k = (x + 1)^2 - 1 + k \\ -1 + k &= 6 \quad \therefore k = 7 \end{aligned}$$

27. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.
여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

28. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값은?

① 4

② $\frac{13}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ 5

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2\text{일 때}, (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

29. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$(\text{준식}) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + a$$

$$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + a$$

$$x^2 + 5x + 4 = Y \text{로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = Y(Y+2) + a$$

$$= Y^2 + 2Y + a$$

$$\therefore \text{완전제곱식이 되려면 } a = 1$$

30. 다항식 $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$ 가 $(2x + ay + b)(x + cy + d)$ 로 인수분해 될 때, a, b, c, d 의 값을 차례로 적은 것은?
- ① 1, 3, 1, 1 ② 1, 3, -1, 1 ③ -1, 3, 1, 1
④ -1, 3, -1, 1 ⑤ -1, -3, 1, 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (y + 5)x - (y^2 - 2y - 3) \\ &= (2x - (y - 3))(x + (y + 1)) \\ &= (2x - y + 3)(x + y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 3, c = 1, d = 1\end{aligned}$$

31. 다음 중 $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 3$ ④ $x + 3$ ⑤ $x + 2$

해설

준식을 인수정리와 조립제법을 이용하여 정리하면

$$(x - 1)(x - 3)(x + 2)(x + 3) = 0$$

※ 최고차항의 계수가 1 인 다항식에서 인수정리를 사용할 때, 상수항의 약수 중에서 대입하여 0이 되는 정수를 찾아본다.

32. 실수 x, y 가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 13

② $\frac{1173}{32}$

③ 55

④ 69

⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 + x + y \\ &= xy(x + y) + (x + y) \\ &= (xy + 1)(x + y) \\ &= 7(x + y) = 63, \\ & x + y = 9, xy = 6 \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 81 - 12 = 69 \end{aligned}$$