1. 다음 중 항상 닮은 도형인 것은?

① 한 변의 길이가 같은 두 직사각형
② 밑변의 길이가 같은 두 직각삼각형
③ 두 이등변 삼각형
④ 반지름의 길이가 다른 두 원
⑤ 두 마름모

해설
원은 확대, 축소하면 반지름과 호의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

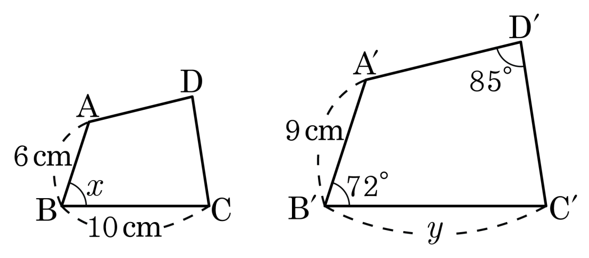
2. 다음 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 있는 것은?

① 두 삼각기둥 ② 두 사각뿔 ③ 두 정사면체
④ 두 직육면체 ⑤ 두 오각뿔

해설

정사면체는 모든 면이 정삼각형으로 이루어져 있으므로 항상 닮은 도형이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 와 □A′B′C′D′ 은 닮음이다. x, y의 값은 ?



① $x = 72°,\ y = 15\,\mathrm{cm}$　② $x = 72°,\ y = 16\,\mathrm{cm}$

③ $x = 85°,\ y = 15\,\mathrm{cm}$　④ $x = 85°,\ y = 17\,\mathrm{cm}$

⑤ $x = 72°,\ y = 18\,\mathrm{cm}$

해설

대응하는 각 ∠B , ∠B′ 의 크기는 같으므로 $\angle x = 72°$

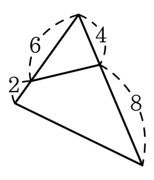
대응하는 길이의 비는 일정하므로

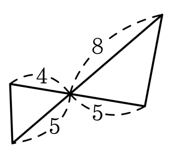
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{A'B'}} = \overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{B'C'}}$

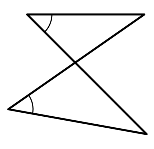
따라서 $6 : 9 = 10 : y$

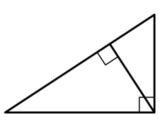
$\therefore\ y = 15\,\mathrm{cm}$

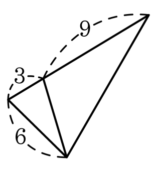
4. 다음 도형에서 닮은 삼각형을 찾을 수 <u>없는</u> 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

①, ⑤ : SAS 닮음
③, ④ : AA 닮음

5. □ABCD ∽ □EFGH 이고, 닮음비가 5 : 3 일 때, □EFGH 의 둘레의 길이가 12cm 라고 한다. 이 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

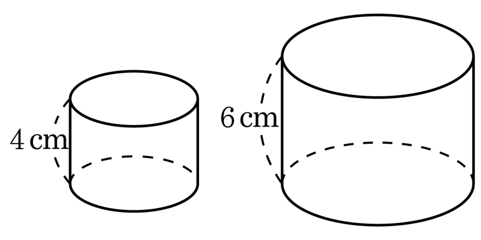
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

□ABCD 의 둘레의 길이를 x cm 라 하면 닮음비가 5 : 3 이므로
$5 : 3 = x : 12$
따라서 $x = 20$ 이다.

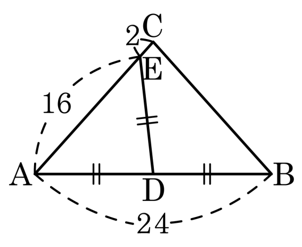
6. 다음 그림에서 두 원기둥은 서로 닮은 도형이다. 두 원기둥의 밑면의 지름의 길이의 비를 구하면?



① 1 : 1 ② 1 : 2 ③ 1 : 3 ④ 2 : 3 ⑤ 1 : 4

해설
두 원기둥이 닮은 입체도형이므로 닮음비는 $4 : 6 = 2 : 3$이다.

7. 각 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AB}} = 16 : 24 = 2 : 3$

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AC}} = 12 : 18 = 2 : 3$

$\angle \mathrm{A}$ 는 공통이므로

$\triangle \mathrm{ADE} \backsim \triangle \mathrm{ACB}$ (SAS 닮음)

$\overline{\mathrm{ED}} : \overline{\mathrm{BC}} = 2 : 3$

$12 : \overline{\mathrm{BC}} = 2 : 3$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = 18$

8. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형

② 반지름의 길이가 다른 두 원

③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형

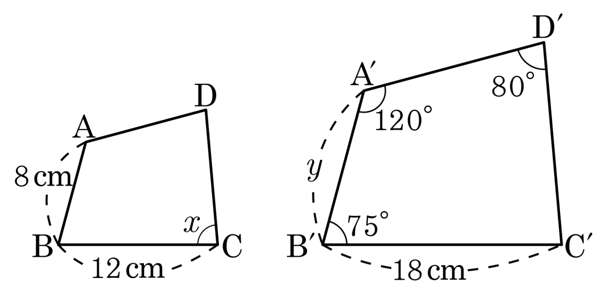
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

9. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □A′B′C′D′ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $x = 85$ °

▷ 정답 : $y = 12$ cm

해설

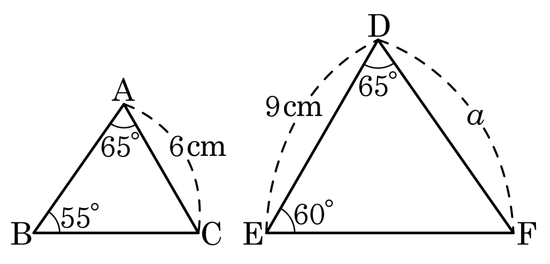
$\angle C = 360° - (120° + 80° + 75°) = 85°$

$\therefore \angle x = 85°$

$12 : 18 = 8 : y$

$\therefore\ y = 12\,\text{cm}$

10. 다음 두 삼각형을 보고 $\overline{AB}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{4}{3}a$ ④ $\frac{3}{4}a$ ⑤ $\frac{2}{5}a$

해설

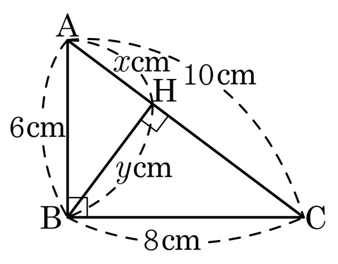
$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$(AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{DE}$

$\overline{AB} : a = 6 : 9$

$9\overline{AB} = 6a$, $\overline{AB} = \frac{2}{3}a$

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $x+y$의 값은?

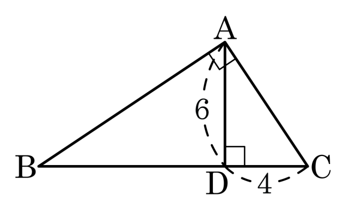


① 8 ② 8.2 ③ 8.4 ④ 8.6 ⑤ 8.8

해설

$\overline{AB}^2 = x \times \overline{AC}$ 이므로 $x = 3.6$
$\overline{BH}^2 = \overline{AH} \times \overline{CH}$ 이므로 $y^2 = 3.6 \times 6.4$
$y = 4.8$
$\therefore \quad x + y = 3.6 + 4.8 = 8.4$

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

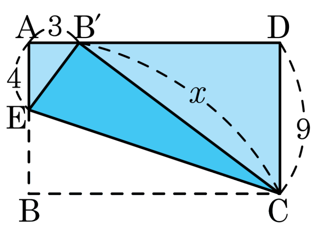


① 36　　② 37　　③ 38　　④ 39　　⑤ 40

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 가 닮음이고 $6^2 = \overline{BD} \times 4$ 이다. 따라서 $\overline{BD} = 9$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $13 \times 6 \times \frac{1}{2} = 39$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 꼭짓점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



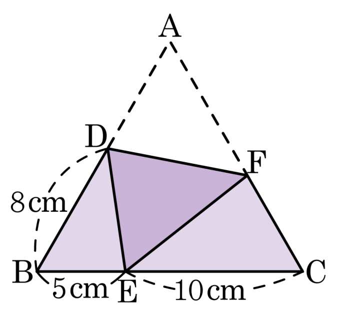
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle AB'E + \angle AEB' = 90°$, $\angle AB'E + \angle DB'C = 90°$ 이므로
$\angle AEB' = \angle DB'C$
따라서 $\triangle AB'E$ 와 $\triangle DCB'$ 에서
$\angle A = \angle D = 90°$, $\angle AEB' = \angle DB'C$ 이므로
$\triangle AB'E \backsim \triangle DCB'$ (AA 닮음)
$\overline{AB'} : \overline{DC} = 3 : 9 = 4 : (x - 3)$
$36 = 3(x - 3)$ $\quad \therefore\ x = 15$

14. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{\mathrm{BD}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EC}} = 10\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AF}}$ 의 길이는 ?

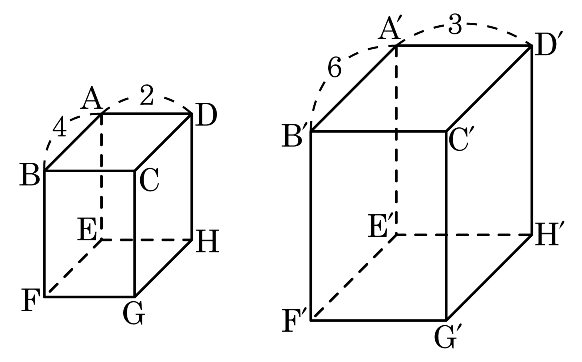


① 8cm ② $\frac{35}{4}$cm ③ 7cm
④ $\frac{25}{4}$cm ⑤ 6cm

해설

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60°$
$\angle BDE = \angle CEF$
$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)
$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CE}} = 8 : 10 = 4 : 5$
$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CA}}$ 이고, 한 변의 길이는 15cm 이다.
따라서, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DE}} = 7\mathrm{cm}$, $4 : 5 = 7 : \overline{\mathrm{EF}}$
$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{AF}} = \frac{35}{4}\mathrm{cm}$

15. 다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형일 때, 닮음비가 나머지 넷과 다른 하나는?



① $\overline{AD}$ 와 $\overline{A'D'}$ 의 길이의 비

② $\overline{EF}$ 와 $\overline{E'F'}$ 의 길이의 비

③ 사각형 ABFE 와 사각형 A′B′F′E′ 의 둘레의 길이의 비

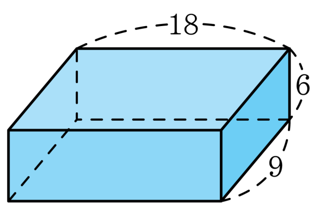
④ 두 직육면체의 높이의 비

⑤ 사각형 EFGH 와 사각형 E′F′G′H′ 의 넓이의 비

해설

닮음인 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비와 둘레의 비가 닮음비이고, 넓이의 비는 아니므로 ⑤가 답이다.

16. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 3 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 있는 것은?



① 4　② 5　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{9}{2}$　⑤ $\frac{1}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $2:3:6$ 이므로 한 변의 길이가 3 인 닮음 직육면체는

1) $2:3:6 = x:y:3 \;\Rightarrow\; 1:\frac{3}{2}:3$

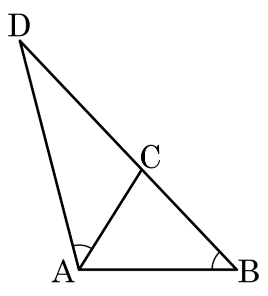
2) $2:3:6 = x:3:y \;\Rightarrow\; 2:3:6$

3) $2:3:6 = 3:x:y \;\Rightarrow\; 3:\frac{9}{2}:9$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 있는 것은 $\frac{9}{2}$ 이다.

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이는 $\overline{AB}=16$, $\overline{BC}=14$, $\overline{CA}=12$ 이다. $\angle DAC=\angle DBA$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.



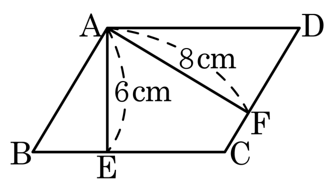
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle BDA$ 에서 $\angle D$ 는 공통,
조건에서 $\angle DAC=\angle DBA$ 이므로
$\triangle ADC \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{DC}:\overline{DA}=\overline{AC}:\overline{BA}$
$\overline{AD}:(\overline{DC}+14)=\overline{DC}:\overline{DA}=12:16=3:4$
$\overline{AD}:(\overline{DC}+14)=3:4\cdots$ ㉠
$\overline{DC}:\overline{DA}=3:4$
$3\overline{DA}=4\overline{DC}$
$\overline{DA}=\frac{4}{3}\overline{DC}$ 를 ㉠에 대입하여 계산하면
$\frac{4}{3}\overline{DC}:(\overline{DC}+14)=3:4$
$3\overline{DC}+14\times 3=4\times\frac{4}{3}\overline{DC}$
$9\overline{DC}+14\times 9=16\overline{DC}$
$7\overline{DC}=14\times 9$
$\therefore\ \overline{DC}=18$

18. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.



① 2 : 3　② 1 : 2　③ 4 : 5　④ 1 : 3　⑤ 3 : 4

해설

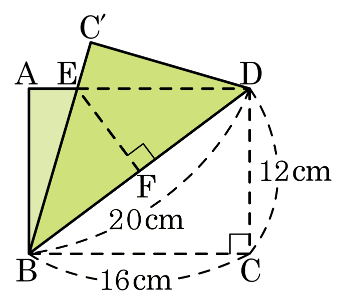
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$

$\therefore\ \overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{EF}$의 길이는?

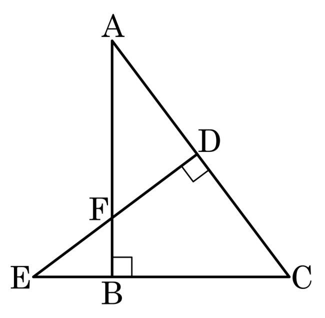


① 7cm　② 7.5cm　③ 8cm
④ 8.5cm　⑤ 9cm

해설

□ABCD는 직사각형이므로
$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{C'D} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BC'} = 16\text{cm}$
ⅰ) $\angle AEB = \angle C'ED$, $\angle A = \angle C' = 90°$
$\overline{AB} = \overline{C'D}$
$\therefore$ $\triangle AEB \equiv \triangle C'ED$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변으로 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로 △EBD는 이등변삼각형이다.
ⅱ) 이등변삼각형의 꼭지각에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{DB} = 10\text{cm}$
ⅲ) $\angle C'BD$는 공통, $\angle EFB = \angle DC'B = 90°$
$\therefore \triangle EFB \backsim \triangle DC'B$ (AA 닮음)
$10 : 16 = \overline{EF} : 12$
$\therefore \overline{EF} = \frac{15}{2} = 7.5(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\angle FDC = \angle FBC = 90°$, $\overline{AF} = 15$, $\overline{DF} = 9$, $\overline{FB} = 5$, $\overline{AC} = 25$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
$\angle A$ 가 공통, $\angle FDC = \angle FBC = 90°$
$\triangle ABC \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)
$\overline{DF} : \overline{BC} = \overline{AF} : \overline{AC}$
$9 : \overline{BC} = 15 : 25$
$\overline{BC} = 15$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $20 \times 15 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.