

1. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

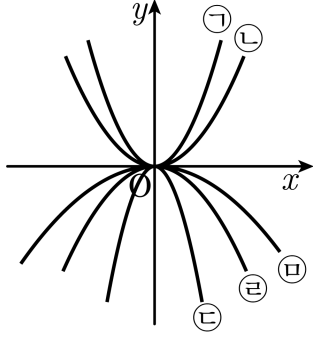
④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. ㉠ ~ ㉤ 중 $|a|$ 의 값이 가장 큰 것을 골라라.



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로 폭이 가장 좁은 것은 ㉤이므로 ㉤의 $|a|$ 값이 가장 크다.

4. 이차함수 $y = -(x + 2)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

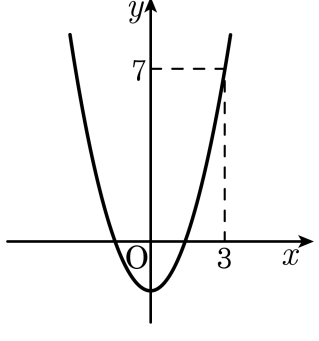
▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

6. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



㉠ $(0, 2)$	㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$	㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$
㉤ $(-3, 7)$	㉥ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$	㉦ $(-1, -1)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.

$y = x^2 - 2$ 이다.

㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.

㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.

㉢ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

7. $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
 - ② 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
 - ③ 점 $(0, -3)$ 을 지난다.
 - ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
 - ⑤ x 축과 만나지 않는다.

해설

$y = 2x^2 + 3$ 이므로 $(0, 3)$ 을 지난다.

8. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -(x + 1)^2 + 3$
- ㉡ $y = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 3$
- ㉢ $y = -3(x - 1)^2 + 2$
- ㉣ $y = -2(x - 1)^2 + 4$
- ㉤ $y = 3(x + 3)^2 - 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.

- ㉠ (-1, 3)
- ㉡ (-5, -3)
- ㉢ (1, 2)
- ㉣ (1, 4)
- ㉤ (-3, -6)

9. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

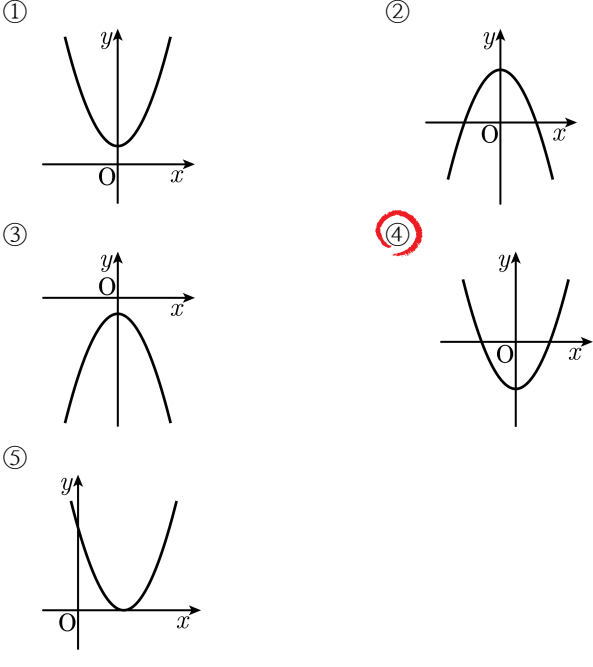
㉠ $y = x^2$	㉡ $y = -x^2 - 1$
㉢ $y = (x + 1)^2$	㉣ $y = x^2 + 1$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

10. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
 $q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

11. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - 2x - 3$ 일 때, $f(f(f(-1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0$$

$$f(f(-1)) = f(0) = -3$$

$$\therefore f(f(f(-1))) = f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12$$

12. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

13. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

14. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$
③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$
④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$
 $\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

15. 다음 중 함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(0, 0)$ 을 지난다.
- ② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크다.
- ③ y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 그래프이다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $x > 0$ 이면 x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

해설

② $a > 0$ 일 때, y 의 값은 0보다 크거나 같다.

16. 다음은 이차함수 $y = (x + 3)^2 - 1$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
- ③ x 축과의 교점은 $(-4, 0), (-2, 0)$ 이다.
- ④ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- ④ $x > -3$ 일 때는 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

17. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + q$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p + q &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 + 2$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 2)^2 + 2, a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 2$$

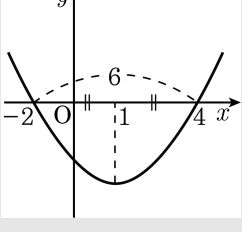
$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 4, abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 + 4x - m$ 의 최솟값이 4 일 때, 상수 m 의 값을 고르면?

① -10

② -8

③ -4

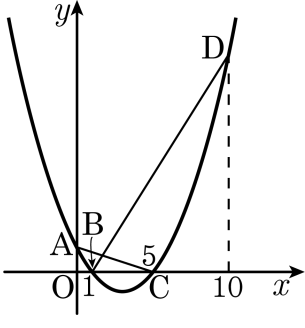
④ 0

⑤ 2

해설

$$y = (x + 2)^2 - 4 - m \text{ 에서 } -4 - m = 4 \quad \therefore m = -8$$

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

22. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

23. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x - 2)^2 - 1 \\ &= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\ &= ax^2 + 4ax + 4a - 1 \end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

25. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ 답: cm

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12cm

▶ 정답 : 12cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24 - x)$ cm 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

$x = 12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$$\therefore x = 12, 24 - x = 12$$

따라서 가로와 세로의 길이는 각각 12cm, 12cm이다.