

1. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

2. 다음 중 $a^2 - ab - bc + ac$ 의 인수는?

- ① $b + c$ ② $a - c$ ③ $a + b$ ④ $a - b$ ⑤ $b - c$

해설

$$a(a - b) + c(a - b) = (a - b)(a + c)$$

3. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3) \\ \therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 &= 0\end{aligned}$$

4. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

5. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x + 2) = 0$

② $x(x - 2) = 0$

③ $(x - 1)(x + 2) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

6. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

7. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

8. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned}(2x+6)(x-1) &= 8 \\ 2x^2+4x-6-8 &= 0 \\ 2x^2+4x-14 &= 0 \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ x^2+2x-7 &= 0 \\ x^2+2x+1 &= 7+1 \\ (x+1)^2 &= 8 \\ a=-1, b=8 \\ \therefore ab &= -8\end{aligned}$$

9. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(1 - y^2) - y(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \ y - 1 = -(1 - y)$$

$$\textcircled{5} \ y - x = -(x - y)$$

10. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \\ & x^2+3x=A \text{ 라 하면} \\ & A^2+2A+1=(A+1)^2=(x^2+3x+1)^2 \\ & \therefore b=3, c=1 \\ & \therefore b-c=3-1=2 \end{aligned}$$

11. 다음은 $\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$ 을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma + mb = m(a + b)$

② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

③ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

④ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

⑤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2 \\ &= \frac{3}{5} \times (8^2 - 2^2) \rightarrow ax + ay = a(x + y) \\ &= \frac{3}{5} \times (8 + 2)(8 - 2) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

12. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \\ (x+1)(x-2) &= 4 \\ x^2 - x - 2 - 4 &= 0 \\ x^2 - x - 6 &= 0 \\ (x-3)(x+2) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \text{ 또는 } x = -2 \end{aligned}$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

13. $f(x) = 2x(x-1) - 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 모두 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x(x-1) - 4 = 0$$

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

14. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -4, 9$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, -4$$

두 이차방정식의 공통근 $x = -4$

이차방정식 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면,

$$2(-4)^2 - 4m - 4m = 0$$

$m = 4$ 이다.

15. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이라면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

16. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$$

$$36 + 12 - 4k = 0$$

$$4k = 48$$

$$\therefore k = 12$$

17. 이차방정식 $3(x+a)^2 = b$ 의 해가 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -2, b = 9$

② $a = -2, b = -9$

③ $a = 2, b = -9$

④ $a = 2, b = 9$

⑤ $a = -2, b = 6$

해설

$$x = 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } (x-2) = \pm \sqrt{3}$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$3(x-2)^2 = 9$$

$$\therefore a = -2, b = 9$$

18. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

19. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

20. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\&= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\&= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\&= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} \\&= \frac{\sqrt{2}}{2} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

21. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm \sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

23. $\frac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y=-5$

해설

$x+2=X$, $y-3=Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=\frac{2X^2+2Y^2}{XY}=4$$

$$2X^2-4XY+2Y^2=0, (X-Y)^2=0$$

$$X-Y=x+2-y+3=0$$

$$\therefore x-y=-5$$

24. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$x - \frac{3}{x} = 6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 6x - 3 = 0$
 $x = p, x = q$ 를 각각 대입하면
 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 에서 $p^2 - 6p = 3$
 $q^2 - 6q - 3 = 0$ 에서 $q^2 - 6q = 3$
 $\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$

25. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$