

1. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

2. 다음 중 $a^2 - ab - bc + ac$ 의 인수는?

- ① $b + c$
- ② $a - c$
- ③ $a + b$
- ④ $a - b$
- ⑤ $b - c$

해설

$$a(a - b) + c(a - b) = (a - b)(a + c)$$

3. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3)\end{aligned}$$

$$\therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 = 0$$

4. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

5. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x + 2) = 0$

② $x(x - 2) = 0$

③ $(x - 1)(x + 2) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

6. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

7. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $\frac{11}{7}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

8. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 8$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$(2x + 6)(x - 1) = 8$$

$$2x^2 + 4x - 6 - 8 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 14 = 0$$

양변을 2로 나누면

$$x^2 + 2x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 8$$

$$a = -1, b = 8$$

$$\therefore ab = -8$$

9. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(1 - y^2) - y(1 - y^2) \\&= (x - y)(1 - y^2) \\&= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

② $y - 1 = -(1 - y)$

⑤ $y - x = -(x - y)$

10. $x(x+1)(x+2)(x+3) + 1$ 을 $(x^2 + bx + c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b - c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2) + 1 \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1 \\ & x^2 + 3x = A \text{ 라 하면} \\ & A^2 + 2A + 1 = (A + 1)^2 = (x^2 + 3x + 1)^2 \\ & \therefore b = 3, c = 1 \\ & \therefore b - c = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

11. 다음은 $\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$ 을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma + mb = m(a + b)$

② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

③ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

④ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

⑤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

해설

$$\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$$

$$= \frac{3}{5} \times (8^2 - 2^2) \rightarrow ax + ay = a(x + y)$$

$$= \frac{3}{5} \times (8 + 2)(8 - 2) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

12. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = 4$$

$$(x+1)(x-2) = 4$$

$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

13. $f(x) = 2x(x - 1) - 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 모두 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x(x - 1) - 4 = 0$$

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

14. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -4, 9$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, -4$$

두 이차방정식의 공통근 $x = -4$

이차방정식 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면,

$$2(-4)^2 - 4m - 4m = 0$$

$m = 4$ 이다.

15. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$2(x - 4x + 4) = 0$$

$$2(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

16. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$$

$$36 + 12 - 4k = 0$$

$$4k = 48$$

$$\therefore k = 12$$

17. 이차방정식 $3(x + a)^2 = b$ 의 해가 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -2, b = 9$

② $a = -2, b = -9$

③ $a = 2, b = -9$

④ $a = 2, b = 9$

⑤ $a = -2, b = 6$

해설

$$x = 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } (x - 2) = \pm \sqrt{3}$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$3(x - 2)^2 = 9$$

$$\therefore a = -2, b = 9$$

18. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned}(2a - b)^2 - (2a + b)^2 &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\&= 4a \times (-2b) \\&= -8ab\end{aligned}$$

19. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답:

▶ 정답: 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

20. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{a - 1} \\&= \frac{(a - 1)^2 + 2}{a - 1} \\&= \frac{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2}{1 + \sqrt{2} - 1} \\&= \frac{(\sqrt{2})^2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

21. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\&= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\&= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4\end{aligned}$$

22. 이차방정식 $(x - 1)^2 = 3 - k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x - 1)^2 = 3 - k, \quad x - 1 = \pm \sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

23. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $x-y = -5$

해설

$x+2 = X, y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

24. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

25. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$