

1. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x - 16$
- ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉤ $x^2 = 0$
- ㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤
④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.
㉡ $x^2 = 8x - 16 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (증근)
㉤ $x^2 = 0$
 $\therefore x = 0$ (증근)
㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ (증근)

2. 이차방정식 $5(x-2)^2 = 20$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= 4 \\(x-2) &= \pm 2 \\ \therefore x &= 4 \text{ 또는 } x = 0 \\ \therefore 4 + 0 &= 4\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned}(2x+6)(x-1) &= 8 \\ 2x^2+4x-6-8 &= 0 \\ 2x^2+4x-14 &= 0 \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ x^2+2x-7 &= 0 \\ x^2+2x+1 &= 7+1 \\ (x+1)^2 &= 8 \\ a &= -1, b = 8 \\ \therefore ab &= -8\end{aligned}$$

4. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

5. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{ cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

6. $-4 < x < 4$ 인 정수 x 에 대하여 다음 이차방정식의 해의 개수를 구하여라.

$x^2 + 6x + 8 = 0$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$-4 < x < 4$ 에서 x 는 정수이므로 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.
 $x = -3$ 일 때, $(-3)^2 - 18 + 8 = -1 \neq 0$ (거짓)
 $x = -2$ 일 때, $(-2)^2 + 6 \times (-2) + 8 = 0$ (참)
 $x = -1$ 일 때, $(-1)^2 + 6 \times (-1) + 8 = 3 \neq 0$ (거짓)
 $x = 0$ 일 때, $0^2 + 6 \times 0 + 8 = 8 \neq 0$ (거짓)
 $x = 1$ 일 때, $1^2 + 6 \times 1 + 8 = 15 \neq 0$ (거짓)
 $x = 2$ 일 때, $2^2 + 6 \times 2 + 8 = 24 \neq 0$ (거짓)
 $x = 3$ 일 때, $3^2 + 6 \times 3 + 8 = 9 + 18 + 8 = 35 \neq 0$ (거짓)
따라서 해는 $x = -2$ 로 1개이다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -6$

$\therefore a + b = -5$

8. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$a = -5, b = 1$$

$$a + b = -5 + 1 = -4$$

9. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0$, $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

10. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 12x + a &= 0 \\ (2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 &= 0, a = 9 \\ (2x - 3)^2 &= 0 \\ \therefore x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $3x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$ 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 13$

해설

$3x^2 + 2x - 4 = 0$ 에서 양변을 3 으로 나누면

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{4}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x + \frac{1}{3} = \pm \sqrt{\frac{13}{9}}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

$$\therefore a = -1, b = 13$$

12. 이차방정식 $2x^2 + Ax + B = 0$ 의 근이 $-5 \pm \sqrt{23}$ 일 때, 유리수 A, B 의 값은?

- ① $A : 20, B : 4$ ② $A : 20, B : 5$ ③ $A : 10, B : 4$
④ $A : 10, B : -5$ ⑤ $A : 10, B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면 $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$$\therefore A = 20, 400 - 8B = 368, B = 4$$

13. 이차방정식 $2x^2 + (4a^2 - 2a - 6)x + a + \frac{1}{2} = 0$ 의 두 근 α, β 의 조건이 다음과 같을 때, a 의 값은?

- i) 두 근의 절댓값이 같다.
ii) 두 근의 곱이 0 보다 작다.

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

i) 에서 (두 근의 합)= 0 이므로
 $2a^2 - a - 3 = 0$
 $(2a - 3)(a + 1) = 0$
 $a = -1, a = \frac{3}{2}$
ii) 에서 두 근의 곱 $a + \frac{1}{2} < 0$ 이므로 $a < -\frac{1}{2}$
 $\therefore a = -1$

14. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = (-5) \times (-1) = 5$, $-a = 2 + 4 = 6$
따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

15. A 가 가진 구슬의 수는 B 가 가진 구슬의 수보다 3개 더 많고, B 가 가진 구슬의 수의 제곱은 A 가 가진 구슬의 수의 5배보다 9개가 더 많다. A 가 가진 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11 개

해설

A 와 B 가 가진 구슬의 수를 각각 x , $x - 3$ 이라 하면

$$5x + 9 = (x - 3)^2$$

$$x^2 - 11x = 0$$

$$x(x - 11) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 11$ (개)

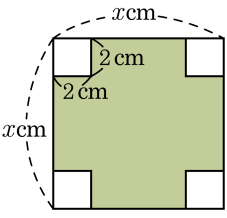
16. 둘레가 48cm인 직사각형 모양의 땅의 넓이가 140cm^2 일 때, 이 땅의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x
세로의 길이를 $24 - x$ 라고 하면
 $x(24 - x) = 140$, $x^2 - 24x + 140 = 0$
 $(x - 14)(x - 10) = 0$
 $x = 10$ 또는 14
가로 14, 세로 10 또는 가로 10, 세로 14
가로와 세로의 길이의 차이 : 4 cm

17. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정사각형모양의 두꺼운 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm 인 정사각형을 각각 잘라내어 만든 상자의 부피가 50 cm^3 일 때, x 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{5}$ ② 4 ③ $4 - \sqrt{5}$
 ④ 9 ⑤ $4 + 2\sqrt{5}$

해설

$$(x - 4)^2 \times 2 = 50$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

18. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

19. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면
 $4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$
 $2m^2 + 10m - 12 = 0$
 $m^2 + 5m - 6 = 0$
 $(m+6)(m-1) = 0$
 $m = -6$ 또는 $m = 1$
i) $m = 1$ 일 때,
 $2x^2 - 8 = 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$ ($-2 < 0$ 이므로 부적합)
ii) $m = -6$ 일 때,
 $-5x^2 + 14x - 8 = 0$
 $5x^2 - 14x + 8 = 0$
 $(x-2)(5x-4) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = \frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$
 $\therefore a = 24, b = 5$
 $\therefore a + b = 15 + 2 = 29$

20. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

21. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.

이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로
 $\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$
 $\therefore a = 4$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$
 $2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$
 $\therefore b = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

23. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^2 - n^2$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{5}$

해설

$$m + n = 3, mn = 1$$

$$m - n = \sqrt{(m + n)^2 - 4mn} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$m^2 - n^2 = (m + n)(m - n) = 3\sqrt{5}$$

24. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$$x^2 - 3xy + y^2 = 0 \text{의 양변을 } y^2 \text{ 으로 나누면}$$

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

25. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$
③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$
⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$
④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$x^2 + y^2 = 33, 0 \leq y < 1$
 $0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$
따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
 $x^2 + (x - 5)^2 = 33$
 $\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
 $\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} (\because x > 0)$