

1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0, C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B, C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

2. 실수 a 는 $0 < a < \frac{1}{2}$ 을 만족할 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하시오.

① 0

② 1

③ $\frac{1}{a}$

④ $\frac{1}{1-a}$

⑤ $\frac{a}{1+a}$

해설

주어진 a 값의 범위를 이용하여 보기식의 값의 범위를 알아낸다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{\frac{1}{2}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{0}, \quad 2 < \frac{1}{a}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{1}{2} < -a < 0, \quad \frac{1}{2} < 1-a < 1$$

$$1 < \frac{1}{1-a} < 2$$

$$\textcircled{5} (\text{주어진 식}) = \frac{1+a-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a} \text{에서}$$

$$1 < 1+a < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{1}{1+a} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{1}{1+a} < \frac{1}{3}$$

3. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

4. x 에 대한 부등식 $(a+b)x + a - 2b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x + a + 2b > 0$ 의 해는?

① $x < -10$

② $x < -5$

③ $x > -5$

④ $x < 5$

⑤ $x > 5$

해설

$(a+b)x + a - 2b > 0$ 에서 $(a+b)x > -a + 2b \cdots \textcircled{㉠}$

$\textcircled{㉠}$ 의 해가 $x < 1$ 이려면 $a+b < 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 이 양변을 $a+b$ 로 나누면 $x < \frac{-a+2b}{a+b}$ 이므로

$$\frac{-a+2b}{a+b} = 1, \quad -a+2b = a+b$$

$$\therefore 2a = b \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $a+2a = 3a < 0 \therefore a < 0$

$\textcircled{㉢}$ 을 부등식 $(b-3a)x + a + 2b > 0$ 에 대입하면

$$(2a-3a)x + a + 4a > 0, \quad -ax > -5a \therefore x > 5$$

5. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(i) \quad x < -1$$

$$-(x+1) - (x-1) \geq 4, \quad x \leq -2$$

$$(ii) \quad -1 \leq x < 1$$

$$x+1 - (x-1) \geq 4$$

$$2 \geq 4 \quad (\text{성립 안함})$$

$$(iii) \quad x \geq 1$$

$$x+1 + x-1 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$$\therefore a+b=0$$

6. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

7. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$ 의 x 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m 의 최솟값은?

- ① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수 m 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

8. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 개이다.

9. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

10. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

11. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

12. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40, \quad 3x^2 - 7x \geq 40$$

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$x^2 < 3x + 40, \quad x^2 - 3x - 40 < 0,$$

$$(x - 8)(x + 5) < 0, \quad -5 < x < 8$$

$$3x^2 - 7x \geq 40, \quad 3x^2 - 7x - 40 \geq 0$$

$$(3x + 8)(x - 5) \geq 0,$$

$$x \geq 5 \text{ 또는 } x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$$

$$\text{공통범위는 } -5 < x \leq -\frac{8}{3}, \quad 5 \leq x < 8$$

정수는 $-4, -3, 5, 6, 7$: 5개이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

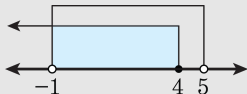
$$\textcircled{㉠} 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{㉡} x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때,
 $2a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \frac{x^2-1 < x+1 < x^2-3x+1}{\text{(가)} \quad \quad \quad \text{(나)}} \\ x+3 > -x+2 \cdots \text{(다)} \end{cases}$$

(가)에서 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

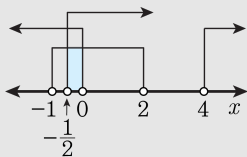
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2 - 4x > 0, x(x - 4) > 0$

$\therefore x < 0$ 또는 $x > 4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = 0$ 이므로 $2a + b = -1 + 0 = -1$

15. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

16. x 에 관한 부등식 $(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0$ 의 해가 $-3 < x < 1$ 일 때, ab 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

$$x^2 + \frac{b+1}{a-1}x + \frac{6}{a-1} < 0 \quad (a-1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) < 0, \quad x^2 + 2x - 3 < 0$$

$$\frac{b+1}{a-1} = 2, \quad \frac{6}{a-1} = -3$$

$$\therefore a = -1, b = -5$$

$$\therefore ab = 5$$

17. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다.
이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기 위해

양변에 -1 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

18. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

19. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm^2 이상인 직사각형에서 가로 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

가로의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면, 세로의 길이는 (가) cm 이다.

이때, x 의 값의 범위는 (나)이다.

또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로) = x (가)이다.

이것이 45 cm^2 이상이 되어야 하므로 $x \times (\text{가}) \geq (\text{다})$

이식을 정리하면 (라) ≤ 0

(라)를 인수분해하면 (마)이다.

따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

다

음 중 (가), (나), (다), (라), (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $(14 - x)$

② (나) $0 < x < 14$

③ (다) 45

④ (라) $14x - x^2 - 45$

⑤ (마) $(x - 5)(x - 9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)

$= 2(\text{가로의 길이} + \text{세로의 길이})$

$$28 = 2x + 2 \cdot (\text{가}), 14 = x + (\text{가})$$

$$\therefore (\text{가}) = 14 - x$$

가로의 길이의 범위 : $x > 0, 14 - x > 0 \rightarrow x < 14$

$$\therefore 0 < x < 14 \cdots (\text{나})$$

직사각형의 넓이 : $x(14 - x) \geq 45$

$$\therefore (\text{다}) = 45$$

$$(\text{라}) = x^2 - 14x + 45 \leq 0$$

$$(\text{마}) = (x - 5)(x - 9) \leq 0$$

20. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

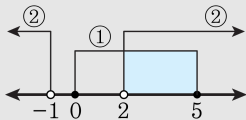
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



21. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

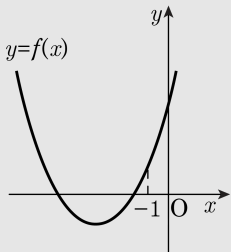
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -1$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

22. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

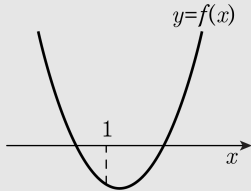
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



23. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha < -1 < \beta < 2$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $-2 < a < 0$

② $-2 < a < 1$

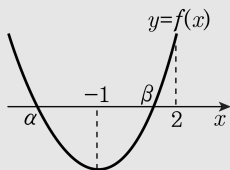
③ $0 < a < 2$

④ $1 < a < 2$

⑤ $1 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 1$ 로 놓으면 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1) < 0$, $f(2) > 0$

(i) $f(-1) = 1 - 2a + a^2 - 1 < 0$ 에서 $a^2 - 2a < 0$, $a(a - 2) < 0$
 $\therefore 0 < a < 2$

(ii) $f(2) = 4 + 4a + a^2 - 1 > 0$ 에서 $a^2 + 4a + 3 > 0$, $(a + 3)(a + 1) > 0$
 $\therefore a < -3$, $a > -1$

(i), (ii)에서 $0 < a < 2$

24. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3} < a < -1$

② $-\frac{10}{3} < a < 0$

③ $-\frac{7}{3} < a < 1$

④ $-\frac{5}{3} < a < 2$

⑤ $-\frac{2}{3} < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + ax - 2$ 로 놓으면 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이므로
 $f(-2) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(3) > 0$ 이어야 한다.

$f(-2) = -2a + 2 > 0$ 에서 $a < 1$

$f(0) = -2 < 0$

$f(1) = a - 1 < 0$ 에서 $a < 1$

$f(3) = 3a + 7 > 0$ 에서 $a > -\frac{7}{3}$

$\therefore -\frac{7}{3} < a < 1$

25. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + a-2 = 0$ 이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

이차방정식이므로 $a \neq 0$ 이고
실근을 가지므로

$$D = (a-3)^2 - 4a(a-2) \geq 0$$
$$3a^2 - 2a - 9 \leq 0$$

$$\therefore \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$$

$-1. \times \times \dots \leq a \leq 2. \times \times \dots$ 이므로

a 의 정수값은 $-1, 0, 1, 2$

그런데 $a \neq 0$ 이고 $a = 1$ 일 때는 정수근이 없다.

$\therefore a = -1, 2$ 이고 구하는 합은 1