

1. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

2. 이차방정식 $x(x-2) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = 2$

② $x = 0$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

3. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

4. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

- ① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$(x-2)(x+5)=0$$

$$x^2+3x-10=0$$

5. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

6. 이차방정식 $3(x-4)^2-9=0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$3(x-4)^2-9=0$$

$$(x-4)^2=3$$

$$x=4\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore (4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=16-3=13$$

7. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

8. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

9. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

10. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

11. 이차방정식 $3x^2 - (2k + 3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다.
 $a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k - 1)^2$ 의 값은?

① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k + 3)a - 3 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면, } 3a - (2k + 3) - \frac{3}{a} = 0$$

$$3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2k + 3, 3k = 2k + 3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k - 1)^2 = 4$$

12. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

13. 다음 방정식의 공통근을 구하여라.

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 3 &= 0 \\ 3x^2 - x - 4 &= 0\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 3 &= 0 \\ (x + 1)(x + 3) &= 0 \\ \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \\ 3x^2 - x - 4 &= 0 \\ (x + 1)(3x - 4) &= 0 \\ \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{4}{3} \\ \text{따라서 공통근은 } x = -1 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

14. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$$

$$3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

15. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개가 아닌 것은?

① $-x^2 + 10x - 1 = 24$

② $x^2 - 8x - 14 = -30$

③ $2x^2 - 8x + 18 = 4x$

④ $x^2 + 2x + 15 = -8x - 1$

⑤ $-3x^2 + 18x - 15 = 12$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

① $-(x-5)^2 = 0$

② $(x-4)^2 = 0$

③ $2(x-3)^2 = 0$

⑤ $-3(x-3)^2 = 0$

16. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 3 - 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 12$$

$$\therefore a = 3, b = 12$$

$$\therefore ab = 36$$

17. $x^2 - x - 4 = 0$ 의 해가 $x = -\frac{1 \pm \sqrt{a}}{2}$ 이고, $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 58$

해설

$x^2 - x = 4$ 에서

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, \left(x - \frac{1}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

따라서 $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로

$a = 17$ 이다.

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 2, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 2 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}, \left(x + \frac{3}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{41}{16}}$$

따라서 $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$ 이므로 $b = 41$ 이다.

$\therefore a + b = 58$ 이다.

18. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
- ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
- ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.
- ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.
㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

19. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

20. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a + 2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a + 2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$$x^2 + mx + n = 0 \text{ 의 두 근이 } 2, -6 \text{ 이므로}$$

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ - 32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$