

1. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$
④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

2. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

3. 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 7$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$

최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

4. a 와 15의 공배수가 15의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2

② 3

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

a 와 15의 공배수가 15의 배수와 같다는 것은 a 와 15의 최소공배수가 15라는 뜻이다.
따라서 a 와 15의 최소공배수가 15가 나오기 위해서는 a 가 15의 약수가 되어야 한다.

5. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

6. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

7. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10

공약수 중 소수 : 2, 5

(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

8. 1에서 100까지의 자연수 중 2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 2와 5의 공배수와 같다.
100 이하의 2와 5의 공배수를 구하면 0, 20, 30, $\dots$ 100로 총 10개이다.

9. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28 ② 48 ③ 96 ④ 144 ⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x-3$ 은 12, 16의 공배수이다.

12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$ 은 48, 96, 144, $\dots$ 이다.

이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.

따라서 x 는 51, 99이므로 합은 $51+99=150$

10. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$
최대공약수는 3 이다.

11. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

12. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

13. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

14. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다.
(단, 1 은 생각하지 않는다.)
예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$
이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고
 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,
 $17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$
 $\therefore 360 - 252 = 108$

15. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

16. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(m) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(m) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

17. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 로 나타낼 때 $f(420) \times f(a) = 144$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $N(420) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$
 $24 \times N(a) = 144 \quad \therefore N(a) = 6$
약수의 개수가 6 개인 가장 작은 자연수는
 $12 = 2^2 \times 3$ 이다.

18. 8로 나누어떨어지는 자연수 k 와 286의 최대공약수는 26이고,
 $\frac{k}{10} = a^2$ (a 는 자연수)을 만족할 때, $a+k$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6786

해설

$$k = 2^3 \times a, 286 = 2 \times 11 \times 13$$

$\rightarrow k$ 는 2×13 은 인수로 가지고 11은 인수로 가지지 않는다.

$\frac{k}{10} = a^2 \rightarrow k$ 는 인수 2, 5의 지수가 홀수인 수이고, 나머지 인수

의 지수는 짝수인 수이다.

따라서, k 의 최솟값 $= 2^3 \times 5 \times 13^2 = 6760, a^2 = 676, a = 26$

$\therefore a+k$ 의 최솟값 $= 6786$

19. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.
 $(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.
 $(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.
 $\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.
 $[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.
 $[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 7$,
 $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$
 $\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

20. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$