1. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 4×27 ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 108 \\ 2 & 54 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

2. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (n+1) = 20$
$\therefore\ n = 4$

3. 200 보다 작은 자연수 중에서 15 와 20 의 공배수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 60

▷ 정답: 120

▷ 정답: 180

해설

15 와 20 의 공배수는 15 와 20 의 최소공배수의 배수와 같다.
15 와 20 의 최소공배수는 60
(60 의 배수) = 60, 120, 180, 240, ···

4. $(+3.5)-(-1.2)+A+(-1.7)=+\frac{1}{2}$ 에서 A 의 값으로 옳은 것은?

① $+2.5$ ② -2.5 ③ $+2.0$ ④ -2.0 ⑤ $+1.5$

해설

$(+3.5)-(-1.2)+A+(-1.7)=+\frac{1}{2}$
$(+3.5)+(+1.2)+A+(-1.7)=+\frac{1}{2}$
$(+3.5)+(-0.5)+A=+\frac{1}{2}$
$(+3.5)+(-0.5)+A=+0.5$
$(+3.0)+A=+0.5$
$A=(+0.5)-(+3.0)$
$A=-2.5$

5. 다음 중 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $-1+4-5$　② $2+5-8$　③ $2-5+8$

④ $-6+2-4$　⑤ $-5+12-3$

해설

① -2, ② 2, ③ 5, ⑤ 4

④ $-6+2-4=(-6)+(+2)-(+4)$

$=(-6)+(+2)+(-4)$

$=(-6)+(-4)+(+2)$

$=\{(-6)+(-4)\}+(+2)=(-10)+(+2)$

$=-8$

6. a 가 2의 역수일 때, 다음 중 가장 큰 수는?

㉠ a	㉡ a^2	㉢ $(-a)^2$
㉣ $\frac{1}{a}$	㉤ $\frac{1}{a^2}$	

▶ 답:

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ $a=\frac{1}{2}$

㉡ $a^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

㉢ $(-a)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

㉣ $\frac{1}{a}$은 a의 역수이므로 $\frac{1}{a}=2$

㉤ $\frac{1}{a^2}$은 a^2의 역수이므로 $\frac{1}{a^2}=4$

7. 다음을 계산하여라.

$$\left(-\frac{12}{5}\right) \div \left(-\frac{15}{2}\right) \div \left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(+\frac{6}{10}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설

$$\left(-\frac{12}{5}\right) \div \left(-\frac{15}{2}\right) \div \left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(+\frac{6}{10}\right)$$
$$= \left(-\frac{12}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{15}\right) \times \left(+\frac{3}{2}\right) \times \left(+\frac{10}{6}\right)$$
$$= \frac{4}{5}$$

8. $x=-3$, $y=\frac{1}{3}$ 일 때, x^2-6xy 의 값은?

① -6　② -3　③ 3　④ 15　⑤ 18

해설

$x^2-6xy=(-3)^2-6\times(-3)\times\frac{1}{3}=9+6=15$

9. $\frac{2x-1}{3}-\frac{-3x+2}{6}$ 을 간단히 하면 $ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

분모를 6으로 통분하면

$$\frac{2(2x-1)-(-3x+2)}{6}=\frac{4x-2+3x-2}{6}$$
$$=\frac{7x-4}{6}$$
$$=\frac{7x}{6}-\frac{4}{6}$$

따라서 x 의 계수 $a=\frac{7}{6}$, 상수항 $b=-\frac{2}{3}$ 이므로

$$a+b=\frac{7}{6}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

10. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것은?

① 자연수 x 의 2배인 수 y

② 한 변의 길이가 $x$cm 인 정삼각형 둘레 $y$cm

③ 자연수 x 보다 큰 수 y

④ 자연수 x의 약수의 개수 y

⑤ 자연수 x의 $\frac{1}{3}$ 배인 수 y

해설

③ 반례 : 자연수 2 보다 큰 수는 3, 4, 5 $\cdots$ 무수히 많다.

11. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

12. 자연수 k 의 모든 배수를 모아 놓은 모임을 A_k 라고 한다. A_6 과 A_8 의 공통인 수를 구한 후, 그 결과가 A_k 의 모임 안에 들어가게 하려고 할 때 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

A_6 과 A_8 의 공통인 수는 6 의 배수와 8 의 배수의 공통인 수이므로 6 과 8 의 공배수이다.
6 과 8 의 공배수는 24 이므로 A_k 는 24 의 배수 모임이다.
따라서 $A_k \Rightarrow 24, 48, 72, \cdots$ 이고 k 의 최솟값은 24 이다.

13. $|a| = 3,\ |b| = 5$ 일 때, $a + b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8 또는 +8

해설

$|a| = 3$ 에서 $a = 3$ 또는 $a = -3$ 이고, $|b| = 5$ 에서 $b = 5$ 또는 $b = -5$ 이다.
$a = 3,\ b = 5$ 일 때, $a + b = 8$ 이다.
$a = 3,\ b = -5$ 일 때, $a + b = -2$ 이다.
$a = -3,\ b = 5$ 일 때, $a + b = 2$ 이다.
$a = -3,\ b = -5$ 일 때, $a + b = -8$ 이다.
따라서 $a + b$ 의 최댓값은 8 이다.

14. x 의 절댓값이 13 , y 의 절댓값이 4 이다. $x \times y > 0$ 일 때, $x + y$ 의 절대값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

x 의 절댓값이 13 이므로 x 는 13, -13
y 의 절댓값이 4 이므로 y 는 4, -4
$x \times y > 0$ 일 때는 $x = 13,\ y = 4$
또는 $x = -13,\ y = -4$ 이므로
$x + y = 13 + 4 = 17$
또는 $x + y = -13 + (-4) = -17$
$\therefore$ (17의 절댓값) = (−17의 절댓값) = 17

15. $-1 < a < 0$ 일 때, 다음 수를 큰 순서대로 써라.

$$\frac{1}{a},\ -a,\ a,\ 0,\ -\frac{1}{a},\ a^2$$

① $\frac{1}{a},\ a,\ 0,\ -\frac{1}{a},\ -a,\ a^2$
② $0,\ \frac{1}{a},\ a,\ -\frac{1}{a},\ -a,\ a^2$
③ $\frac{1}{a},\ -a,\ 0,\ -\frac{1}{a},\ a,\ a^2$
④ $-\frac{1}{a},\ -a,\ a^2,\ 0,\ a,\ \frac{1}{a}$
⑤ $-\frac{1}{a},\ -a,\ 0,\ a,\ \frac{1}{a},\ a^2$

해설

$-\frac{1}{a} > -a > a^2 > 0 > a > \frac{1}{a}$

16. 다음을 계산하여라.

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 12 \times \left\{-\frac{8}{9} \div \left(-\frac{8}{3}\right) - \frac{1}{4}\right\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$

해설

$$\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{16}{9} - 12 \times \left\{-\frac{8}{9} \times \left(-\frac{3}{8}\right) - \frac{1}{4}\right\} \\
&= \frac{16}{9} - 12 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \\
&= \frac{16}{9} - 12 \times \frac{1}{12} \\
&= \frac{16}{9} - 1 \\
&= \frac{7}{9}
\end{aligned}$$

17. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 항상 성립하는 것은?

① $a-b=b-a$ ② $a\div b=b\div a$

③ $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$ ④ $(a\div b)\div c=a\div(b\div c)$

⑤ $a\times(b+c)=a\times b+c$

해설

① 예를 들면 $1-2\neq 2-1$

② 예를 들면 $1\div 2\neq 2\div 1$

③ 곱셈에 대한 결합법칙이므로 옳다.

④ 예를 들어 $a=1$, $b=2$, $c=3$ 이라 하면

$(1\div 2)\div 3=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ $1\div(2\div 3)=1\div\frac{2}{3}=1\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ 이므로

$(a\div b)\div c\neq a\div(b\div c)$

⑤ $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

18. $a=-\frac{1}{2}$ 일 때, 다음 중 가장 작은 것을 고르면?

① $-a$ ② $\frac{1}{a}$ ③ a^2 ④ $-\frac{1}{a^2}$ ⑤ $\frac{1}{a^2}$

해설

① $-a=-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{a}=1\div a=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)=1\times(-2)=-2$

③ $a^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{a^2}=-(1\div a^2)$

$=-\left(1\div\frac{1}{4}\right)$

$=-(1\times 4)=-4$

⑤ $\frac{1}{a^2}=1\div a^2=1\div\frac{1}{4}=1\times 4=4$

$-4<-2<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}<4$ 이므로 가장 작은 것은 $-\frac{1}{a^2}$ 이다.

19. $a=\frac{7}{5}$, $b=-\frac{7}{9}$ 일 때, $\frac{2}{a}-\frac{2}{b}$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

$a=\frac{7}{5}$ 이면 $\frac{1}{a}=\frac{5}{7}$

$b=-\frac{7}{9}$ 이면 $\frac{1}{b}=-\frac{9}{7}$

$\frac{2}{a}-\frac{2}{b}=2\times\frac{1}{a}-2\times\frac{1}{b}$

$=2\times\frac{5}{7}-2\times\left(-\frac{9}{7}\right)$

$=\frac{28}{7}$

$=4$

20. 다음 x에 관한 일차방정식의 해가 $x=-3$일 때, a의 값은?

$$a(12-x)=7x+a$$

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$a(12-x)=7x+a$에 $x=-3$을 대입하면

$15a=-21+a$

$14a=-21$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$

21. 민수네 학교의 운동장은 가로가 150 m이고 세로가 100 m인 직사각형 모양이라고 한다. 운동장을 확장하게 되어서 가로는 50 m 늘이고, 세로는 x m늘였더니 원래 운동장의 넓이보다 9000 m^2 더 넓어졌다고 할 때, x 를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $x = 20$ m

해설

가로의 길이는 50 m 늘였으므로 200 m가 되고, 세로의 길이는 $(100 + x)$ m가 된다.
원래 운동장의 넓이는 $150 \times 100 = 15000(\ m^2)$ 이고,
변형된 운동장의 넓이는 $200 \times (100 + x)\ (m^2)$ 가 된다.
원래 운동장의 넓이보다 9000 m^2 더 넓어졌으므로 $200 \times (100 + x) = 15000 + 9000$
양변을 100 으로 나누어서 계산하면
$2(100 + x) = 150 + 90$
$\therefore x = 20$

22. A, B의 예금액이 각각 27000원, 66000원이다. 두 사람이 매달 3000원씩 저금하려고 한다. A의 저금액이 B의 저금액의 $\frac{2}{3}$가 되는 것은 몇 달 후인지 구하여라.

▶ 답: 개월

▷ 정답: 17 개월

해설

x개월 후의 A의 예금액은 $27000 + 3000x$원, B의 예금액은 $66000 + 3000x$원이다.

$27000 + 3000x = \frac{2}{3}(66000 + 3000x)$

$27 + 3x = 44 + 2x$

$\therefore x = 17$

23. 기훈이가 집에서 학교까지 걸어서 시속 4km로 가는 것은 자전거를 타고 시속 10km로 가는 것 보다 30분이 더 걸린다. 시속 5km 로 간다면 걸리는 시간을 구하여라.

▶ 답: 분

▷ 정답: 40 분

해설

집에서 학교까지의 거리를 $x$km라 하면 걸어갈 때 걸리는 시간은 $\frac{x}{4}$ 시간, 자전거를 타고 갈 때 걸리는 시간은 $\frac{x}{10}$ 시간이다. $\frac{x}{4} - \frac{x}{10} = \frac{1}{2}$ 이므로 $x = \frac{10}{3}$ 이다. 즉, 집에서 학교까지의 거리는 $\frac{10}{3}$km 이다. 이 길을 시속 5km 의 속력으로 간다면 $\frac{10}{3} = 5 \times$ (시간) 이므로 $\frac{2}{3}$ 시간이 걸린다. 즉 40분이 걸린다.

24. 다음 그림은 여섯 개로 나눈 것 중 하나를 선택하는 방법을 나타낸 것이다.

이를 식으로 표시하면 $\frac{1}{6}\left(=\frac{1}{2\times 3}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ 과 같이 나타낼 수 있다.

이를 이용하여 $\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{117}$

해설

$\frac{1}{90}=\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$, $\frac{1}{110}=\frac{1}{10}-\frac{1}{11}$, $\frac{1}{132}=\frac{1}{11}-\frac{1}{12}$, $\frac{1}{156}=\frac{1}{12}-\frac{1}{13}$

$\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}=\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)+\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{13}\right)$

$=\frac{1}{9}-\frac{1}{13}=\frac{13-9}{117}=\frac{4}{117}$

25. $a = -2$ 일 때, $|2a+3|+2a+3$ 의 식의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} |2a+3|+2a+3 &= |-4+3|-4+3 \\ &= |-1|-1 \\ &= 1-1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

26. 방정식 $0.3(x-4)=0.4x-1$과 $ax+3=2x-7$의 해가 같을 때, a의 값은?

① -14 ② -7 ③ -2 ④ 7 ⑤ 14

해설

$0.3x-1.2=0.4x-1$
$-0.1x=0.2$
$\therefore\ x=-2$

$ax+3=2x-7$에 x=-2를 대입하면
$-2a+3=-11$
$-2a=-14$
$\therefore\ a=7$

27. 현재 형과 동생의 저금통에는 각각 8000원과 2000원이 들어 있다. 다음 주부터 형은 매주 200원씩, 동생은 500원씩 저금한다고 할 때, 몇 주 후에 형과 동생의 저금액이 같아지겠는가?

① 12주 후 ② 14주 후 ③ 16주 후
④ 18주 후 ⑤ 20주 후

해설

x 주 후의 형의 저금액 : $8000+200x$원, 동생의 저금액 : $2000+500x$원

$8000+200x=2000+500x$

$-300x=-6000$

$x=20$

28. 함수 $y = \dfrac{a}{x}$ 에 대하여 $f(-3) = 4$ 일 때, $f(-2) + f(4)$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$f(-3) = \dfrac{a}{-3} = 4$

$\therefore a = -12$

$f(x) = -\dfrac{12}{x}$

$f(-2) = -\dfrac{12}{-2} = 6$

$f(4) = -\dfrac{12}{4} = -3$

$f(-2) + f(4) = 6 + (-3) = 3$

29. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x$ 의 함숫값이 -1 이상 2 이하인 정수일 때, 이 함수의 x 의 값 중 가장 작은 수에서 가장 큰 수를 뺀 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

함숫값이 $-1,\ 0,\ 1, 2$ 이므로

$-\frac{1}{2}x = -1 \ \therefore\ x = 2$

$-\frac{1}{2}x = 0 \ \therefore\ x = 0$

$-\frac{1}{2}x = 1 \ \therefore\ x = -2$

$-\frac{1}{2}x = 2 \ \therefore\ x = -4$

x 의 값은 $-4,\ -2,\ 0,\ 2$ 이다.

$\therefore\ -4 - 2 = -6$

30. 학교 체육관을 관리하는 관리인 아저씨의 오랜 경험에 의하면 체육관을 청소하는 데 걸리는 시간은 청소하는 학생의 수에 반비례한다고 한다. 지난 주 토요일 10명의 학생이 체육관을 청소하는데 60분이 걸렸다. 이 체육관의 청소를 40분 만에 마치려할 때, 필요한 학생의 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 15명

해설

걸리는 시간: y분 , 학생 수: x명이라 하면 걸리는 시간은 학생 수에 반비례하므로

$y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0, x \neq 0)$

$x = 10,\ y = 60$을 대입하면

$60 = \frac{a}{10},\ a = 600$

$\therefore\ y = \frac{600}{x}$

$y = 40$을 대입하면 $40 = \frac{600}{x}$

$\therefore\ x = 15$

31. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x]-[20]=6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x]-[20]=6$
$20=2^2\times5$ 이므로 약수의 개수는 $3\times2=6$ (개) 이다.
따라서 $[20]=6$ 이므로
$[x]-6=6$
$[x]=12$
$12=2\times6$ 일 때, $x=2^5\times3=96$
$12=3\times2\times2$ 일 때, $x=2^2\times3\times5=60$
$12=4\times3$ 일 때, $x=2^3\times3^2=72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.

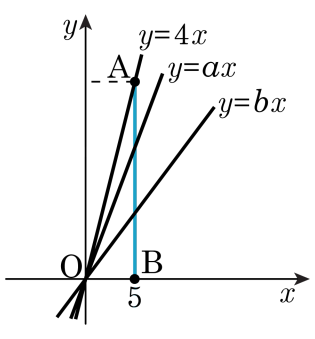
32. x가 1, 2이고 y가 5, 6, 7일 때 함수 $y=f(x)$에 대하여 모든 x의 값에 대해 $x+f(x)=$ (소수)를 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+f(x)=$ 소수, 즉 $x+y=$ 소수를 만족하는 경우는 $(1,6),(2,5)$인 경우밖에 없으므로 만족하는 함수의 갯수는 1개이다.

33. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 $\mathrm{B}(5, 0)$ 이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB 의 넓이를 3 등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB 를 3 등분하는 점들의 좌표는 $\left(5, \frac{20}{3}\right), \left(5, \frac{40}{3}\right)$ 이므로

$\frac{20}{3} = 5b,\ b = \frac{4}{3}$

$\frac{40}{3} = 5a,\ a = \frac{8}{3}$

$\therefore a - b = \frac{4}{3}$