

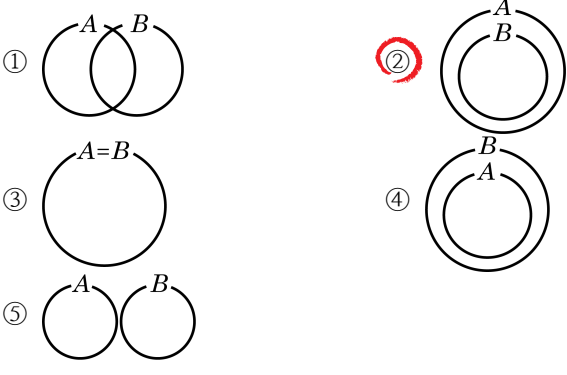
1. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 \in A$ ② $\{1, 2\} \in A$ ③ $\{1\} \subset A$
④ $\{1, 2\} \subset A$ ⑤ $\{2\} \in A$

해설

- ① 1 은 집합 A 의 원소이므로 (참)
② $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 원소이므로 (참)
③ 1 이 집합 A 의 원소이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분 집합이다.(참)
④ 1, 2 가 집합 A 의 원소이므로 $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.(참)
⑤ $\{2\}$ 는 A 의 원소가 아니므로 $\{2\} \notin A$ 이고 $\{2\} \subset A$ 이다.(거짓)

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3\}$
 $\therefore B \subset A$

3. 집합 $A = \{1, 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.
따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 4, 8\}$, $B = \{8, 1, x\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다. 따라서 $x = 4$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $B - A$ 은?

① $\{3\}$

② $\{5\}$

③ $\{9\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{6, 12\}$

해설

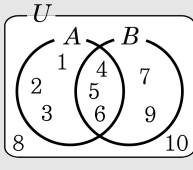
$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 이므로
따라서 $B - A = \{6, 12\}$ 이다.

6. 집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
(단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)
- ① $n(A^c \cap B^c) = 7$
 - ② $A \cap B^c = \{1, 2, 3\}$
 - ③ $B - A = \{7, 9\}$
 - ④ $n(A \cap B) = 3$
 - ⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) \\ = n((A \cup B)^c) = 2 \end{aligned}$$



7. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분 집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분 집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 26$ 일 때, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 8$ 이면 $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$26 = n(A) + 15 - 8$$

$$\therefore n(A) = 19$$

9. 어느 학급의 학생 중 수영반에 들어 있는 학생이 20 명, 배드민턴반에 들어 있는 학생이 18 명, 수영반과 배드민턴반에 모두 들어 있는 학생이 6 명이다. 이때, 수영반이나 배드민턴반에 들어있는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 32 명

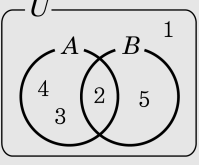
해설

수영반에 들어 있는 학생을 집합을 A 라 하고, 배드민턴반에 들어 있는 학생을 집합 B 라고 하자.
수영반과 배드민턴반 모두 들어 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 6$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $x = 20 + 18 - 6$
 $x = 32$

10. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 4\}$ 이다.



11. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳은 것은?

① $\emptyset^c = A$

② $U^c = A$

③ $(A^c)^c = U$

④ $A \cup U = A$

⑤ $A \cap U = A$

해설

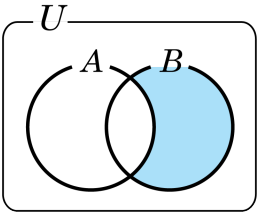
① $\emptyset^c = U$

② $U^c = \emptyset$

③ $(A^c)^c = A$

④ $A \cup U = U$

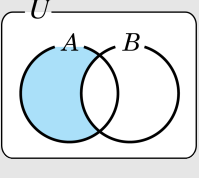
12. 다음 벤 다이어그램의 빗금 친 부분을 표현한 것으로 옳은 것은?



- ① $A - (A \cap B)$
- ② $A \cap B^c$
- ③ $A - B$
- ④ $(A \cup B) - B$
- ⑤ $A^c - B^c$

해설

①, ②, ③, ④



13. $n(A) = 26$, $n(B) = 17$ 이고, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 18

④ 25

⑤ 26

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 26 - 8 = 18$$

14. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

15. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3\left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2\sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

16. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt[3]{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x > 0$ 이므로

$$8x^2 + \frac{2}{x} = 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$
$$\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

17. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, ' p 또는 $\sim q$ '를 만족하는 집합을 구하면?

① $P - Q$

② $Q - P$

③ $P^c \cup Q$

④ $P \cup Q^c$

⑤ $P \cap Q^c$

해설

조건 $\sim q$ 를 만족하는 집합이 Q^c 이므로 ' p 또는 $\sim q$ '를 만족하는 집합은 $P \cup Q^c$ 이다.

18. 다음 명제 중 참인 것은? (단, x, y, z 는 실수이다.)

- ① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ② $x + y > 0, xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.
- ③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.
- ④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

- ② $xy > 0$ 이면, x 와 y 의 부호가 같다는 것인데 $x + y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

19. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

20. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

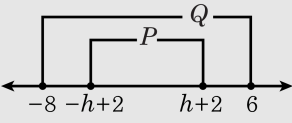
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$

$q : -8 \leq x \leq 6$



$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$

$\therefore h \leq 4$

$\therefore n$ 의 최댓값은 4

21. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $\sim p \rightarrow r$

② $\sim q \rightarrow r$

③ $q \rightarrow r$

④ $\sim q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim r \rightarrow q$

해설

① 명제 $\sim r \rightarrow p$ 참이므로 대우인 $\sim p \rightarrow r$ 도 참

②, ⑤

명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow p$ 로부터 ⑤ $\sim r \rightarrow q$ 참이고, 대우인 ② $\sim q \rightarrow r$ 참이다.

④ $p \rightarrow q$ 이 참이므로 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

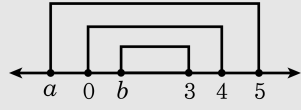
22. 두 조건 $a \leq x \leq 5$, $b \leq x \leq 3$ 이 각각 조건 $0 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건과 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$0 \leq x \leq 4 \Rightarrow a \leq x \leq 5$$

$$b \leq x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$$



$$\therefore a \leq 0, b \geq 0$$

a 의 최댓값, b 의 최솟값 모두 0이다.

23. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2^{50}}{5^{10n}} = \frac{(2^5)^{10}}{(5^n)^{10}} = \left(\frac{32}{5^n}\right)^{10}$$

이 때 $2^{50} > 5^{10n}$ 이므로 $\left(\frac{32}{5^n}\right) > 1$

$\therefore n = 1, 2$

n 의 갯수는 2 개이다.

24. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

해설

$a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 이면
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ 에서
 $4 \cdot 9 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -6 \leq ax + by \leq 6$

25. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n\text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k = 8$$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 8 개이다.

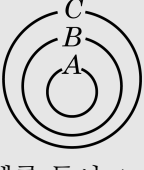
$$2^{(n\text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

26. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면?

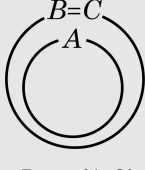
- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①



②



③ 예를 들어 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

27. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 6, 9, 12\}$, $A \cap B = \{6, 9, 12\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{6, 8, 9, 12\}$ ② $\{6, 8, 9, 10, 12\}$
③ $\{5, 6, 8, 12\}$ ④ $\{1, 5, 6, 9\}$
⑤ $\{6, 9, 12\}$

해설

$\{6, 9, 12\} \subset B \subset \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이므로 집합 B 는 원소 6, 9, 12 은 반드시 포함하는 집합이다.
따라서 ③, ④ 은 B 가 될 수 없다.

28. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2 \times a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$,
 $2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$
 $A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$ 이므로 $2 \in B$,
 $b + 3 = 2$, $b = -1$
 $\therefore a + b = 3$

29. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{1, 5\}$
 $\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$
집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

30. 다음 중 틀린 것은?

- ① $a^2 + b^2 = 0$ 은 $a = b = 0$ 이기 위한 필요조건이다.
- ② $xy \leq 1$ 또는 $x + y \leq 2$ 는 $x \leq 1$ 또는 $y \leq 1$ 이기 위한 필요충분조건이다.
- ③ $x = 3$ 은 $x^2 - x - 6 = 0$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④ a, b, c 가 실수일 때, $ac = bc$ 는 $a = b$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ $x + y$ 가 유리수인 것은 x, y 모두가 유리수이기 위한 필요조건이다.

해설

① $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (필요충분조건)
※ 이 경우 필요충분조건이 된다는 것은 서로가 서로에게 충분 조건도 되고 필요조건도 되는 것이므로 틀린 것이 아니다.
② 대우: $x > 1, y > 1 \Rightarrow xy > 1, x + y > 2$ (참)
이: $xy > 1, x + y > 2 \nRightarrow x > 1, y > 1$ (거짓) (반례: $x = 10, y = 0.5$)
대우가 참, 이가 거짓이므로 주어진 명제는 참이고 그 역은 거짓이다.
∴ 충분조건