

1. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$
 $\therefore a = 14$

2. 이차방정식 $(2x+6)(x-1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$2x+6=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

$$x=-3 \text{ 또는 } x=1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

3. 다음 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = 10$

② $x = -1$ 또는 $x = -10$

③ $x = 2$ 또는 $x = 5$

④ $x = -2$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -5$

해설

$$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 2$ 를 방정식에 대입하면 $4 - 4a + a^2 = 0$ 이다.

$$(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

- ① 1 ② -2 ③ 2 ④ -1 ⑤ 3

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 하므로

$$a = \pm \left(2 \times 1 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$a = \pm 1$$

7. 이차방정식 $(x-4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a+b = (4+2\sqrt{2}) + (4-2\sqrt{2}) = 8$$

8. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

9. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$ ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$ ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

10. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

① $x^2 - 4 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x - 2 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

① 두 근의 합=0, 곱=-4

② 두 근의 합=2, 곱=-2

③ 두 근의 합=-2, 곱=-2

④ 두 근의 합=-2, 곱=-4

⑤ 두 근의 합=4, 곱=2

11. 이차방정식 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$ ② $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ ③ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$
④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$ ⑤ $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

12. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

13. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 48 이 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
 $x^2 = 2x + 48$, $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $(x - 8)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = -6$
따라서 x 는 자연수이므로 $x = 8$ 이다.

14. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

- ① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5 초 후의 높이는 150m이다.

15. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

- ① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12-x) = 32$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm이다.

16. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}, x = -2$ 일 때 성립한다.

17. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$ 을 만족하는 x 의

값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답: $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$$

$$2x(x-3) - 4(x+1) = x+17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x+17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x-7)(2x+3) = 0$$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

18. 두 이차방정식 $5x^2 - 8x + a = 0$, $x^2 - bx + 9 = 0$ 의 공통인 근이 1일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$5 \times 1^2 - 8 \times 1 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$1^2 - b + 9 = 0 \quad \therefore b = 10$$

$$\therefore a + b = 3 + 10 = 13$$

19. 이차방정식 $(x+3)^2 = k-1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $a+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(완전제곱꼴) = 0일 때 중근을 갖는다.

$$k-1=0, k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } a=-3$$

$$\therefore a+k=-2$$

20. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$(x-p)^2 = k$, $x-p = \pm\sqrt{k}$, $x = p \pm \sqrt{k}$
서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.
 $\therefore k > 0$

21. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 구하면
 $x = -3 \pm \sqrt{21}$,
두 근 중 양수인 것은 $x = -3 + \sqrt{21}$,
따라서 $\alpha = -3 + \sqrt{21}$ 이다.
 $1 < -3 + \sqrt{21} < 2$ 이므로
 $\therefore n = 1$

23. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{(x-4)(3x-4) - 1} \\ &= \frac{x-4}{3x-4 - \frac{1}{x-4}} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

24. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

25. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

$x^2 - (k-2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k-2 = 4$ 또는 $k-2 = -4$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -2, x = 6$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = -4, b = -12$

$\therefore a + b = -16$

26. 다음 이차방정식 $x^2 - 8x + k = 0$ 에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 찾아 기호로 써라.

보기

- ㉠ $k = 15$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ㉡ $k = 16$ 이면 중근 $x = -4$ 를 갖는다.
- ㉢ $k > 16$ 이면 근을 갖는다.

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $k = 15$ 일 때, $\frac{D}{4} = 16 - 15 > 0 \therefore$ 근은 2 개

㉡ $k = 16$ 일 때,
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$

㉢ $\frac{D}{4} = 16 - k$ 에서 $k > 16$ 이면 $16 - k < 0$ 에서 근은 없다.

27. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

28. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하여 2배 하였더니 48만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+2)^2 = 2(x+2) + 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

29. 다음 이차방정식의 근이 $-1, 2$ 일 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } 1 = \frac{1}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a + b^2 = 5$$

30. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.)

① $3x^2 + 13x + 14 = 0$

② $3x^2 + 14x + 15 = 0$

③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$

④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$

⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = -\frac{5}{3}, \alpha\beta = -3$

$x = -3$ 또는 $x = -\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x+3)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$x^2 + \frac{14}{3}x + 5 = 0$$

$$x^2 \text{ 의 계수가 3 이므로 } 3\left(x^2 + \frac{14}{3}x + 5\right) = 0$$

따라서 $3x^2 + 14x + 15 = 0$ 이다.

31. 두 수 a, b 에 대하여 $a \odot b = \frac{1}{a+b\sqrt{5}}$ (단, $a \neq 0, b \neq 0$) 라고 할 때, $6 \odot 3$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{-1+\sqrt{5}}{3}$

② $\frac{-2+\sqrt{5}}{3}$

③ $\frac{-3+\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{-4+\sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-5+\sqrt{5}}{3}$

해설

$$6 \odot 3 = \frac{1}{6+3\sqrt{5}} = \frac{6-3\sqrt{5}}{36-45} = \frac{-2+\sqrt{5}}{3}$$

32. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2배보다 2살이 적을 때 내 나이를 구하면?

- ① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x , $x-5$ 라 하면

$$(x-5)^2 = 2x-2$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x-9)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 9 \text{ (살)} (\because x > 5)$$

33. 책을 1장 찢어서 보이는 두 쪽수의 곱이 210 이었을 때, 두 쪽의 합을 구하여라.

▶ 답: 쪽

▷ 정답: 29 쪽

해설

두 쪽수를 $x, x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 210$$

$$x^2 + x - 210 = 0$$

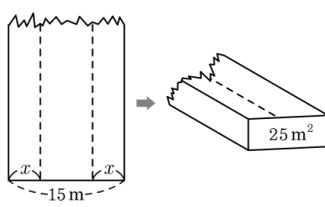
$$(x + 15)(x - 14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 14$ (쪽)

따라서 두 쪽의 쪽수는 14, 15 이므로 합은 $14 + 15 = 29$ (쪽)

이다.

35. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



- ① $2x^2 - 25x + 15 = 0$ ② $2x^2 - 15x - 25 = 0$
 ③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$ ④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$

36. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

- ① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

37. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

38. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

39. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

40. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도

근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

41. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $-\frac{25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\(x - \frac{3}{2})^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

42. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

43. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 증근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 증근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

44. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때, 유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

45. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 -3, 7이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 2, -6이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4 ② 8 ③ -8 ④ 12 ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x+2)(x-6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x+3)(x-7) = 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x-2)(x+6) = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$, $x = 6, -2$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

46. $x = 5 + 4\sqrt{3}$, $y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$$

$$(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 = 0$$

$$(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) = 0$$

$$x + 2y = 1 \text{ 또는 } x + 2y = -5$$

(i) $x + 2y = 1$ 일 때

$$(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) = 1$$

$$5 + 2a = 1$$

$$\therefore a = -2$$

(ii) $x + 2y = -5$ 일 때

$$5 + 2a = -5$$

$$\therefore a = -5$$

(i), (ii)에서 $a = -2$ 또는 $a = -5$

$$\therefore -2 - 5 = -7$$

47. 이차방정식 $4x^2 - 8ax + 8a - 3b = 0$ 의 두 근이 일치할 때, a, b 의 값과 그 근의 합을 구하여라.
(단, a 는 $a \geq 1$ 인 유리수, b 는 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 갖는 것이므로,
 $(4a)^2 - 4(8a - 3b) = 0, 4a^2 - 8a + 3b = 0$
 $\Rightarrow 4(a - 1)^2 = 4 - 3b, 4 - 3b \geq 0$

따라서 b 는 양의 정수이므로 $b = 1$ 이다.

또한, $a \geq 1$ 이므로 $a = \frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b + x = \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 4$$

48. 자연수 n 에 대하여 $(n^2+n)x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $p_1q_1+p_2q_2+p_3q_3+\cdots+p_{99}q_{99}+p_{100}q_{100}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{100}{101}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_nq_n = \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\therefore p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + \cdots + p_{99}q_{99} + p_{100}q_{100}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{101}$$

$$= 1 - \frac{1}{101}$$

$$= \frac{100}{101}$$

49. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a , 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, $a + b = 104$ 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

연속하는 다섯 개의 자연수를 $n-2, n-1, n, n+1, n+2$ (단, $n > 2$ 인 자연수)라 하면

$$(n+2)^2 - (n-2)^2 = 8n = a$$

$$(n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) = 5n = b$$

$$8n + 5n = 104$$

$$\therefore n = 8$$

따라서 가장 큰 수는 10 이다.

50. 어떤 정사각형의 모든 변의 길이를 4cm 씩 늘렸더니, 그 넓이가 처음의 4배가 되었다. 처음 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

처음 정사각형의 변의 길이를 x cm 라 하면

$$4x^2 = (x + 4)^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x + 4)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 4 \text{ 이다.}$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16$ (cm) 이다.