

1. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

2. 4 개의 유리수 $-\frac{3}{4}$, 2, $-\frac{1}{2}$, -3 중에서 세 수를 뽑아서 곱했을 때, 가장 작은 값은? (단, 같은 수는 중복하여 쓰지 않는다.)

- ① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $-\frac{5}{8}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

세 수를 뽑아서 곱했을 때 가장 작은 값은

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times (-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{8}$$

$$\therefore -\frac{9}{8}$$

3. $4\left(-2 + \frac{1}{6}x\right) - x$ 를 간단히 했을 때 x 의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때 $3a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(\text{준식}) = -8 + \frac{2}{3}x - x = -\frac{1}{3}x - 8$$

$$x \text{ 의 계수 : } -\frac{1}{3}, \text{ 상수항 : } -8$$

$$\therefore 3\left(-\frac{1}{3}\right) - (-8) = 7$$

4. $\frac{4x-5}{3} - 2(x-1) = ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

간단히 하면 $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 이다.

$\therefore a+b = -\frac{1}{3}$

5. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 점 (1, 3)은 제 2사분면 위의 점이다.
- ② x 좌표가 음수이면 제 2사분면 또는 제 3사분면에 속한다.
- ③ 점 (-2, 1)은 제 3사분면 위의 점이다.
- ④ y 좌표가 음수라도 점이 항상 제 3사분면 또는 제 4사분면에 속하는 것은 아니다.
- ⑤ y 축 위의 점은 y 좌표가 0이다.

해설

④ y 좌표가 음수라도 점이 (0,y)일 수 있으므로 항상 제 3사분면 또는 제 4사분면에 속하는 것은 아니다.

6. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 15장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9
 $\therefore (36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

7. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

8. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?
- ① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분
- ③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시
- ⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

9. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $(+0.4) - \left(+\frac{1}{6}\right) = +\frac{7}{30}$

② $\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{2}{5}\right) = -\frac{11}{15}$

③ $\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{12}$

④ $(+0.6) - \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{19}{15}$

⑤ $(-0.2) - \left(+\frac{2}{3}\right) = -\frac{3}{5}$

해설

⑤ $(-0.2) - \left(+\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{3+10}{15} = -\frac{13}{15}$

10. 다음을 계산하여라.

$$\frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{9 - 16 - 10 + 3 - 24 - 18 - 4}{12} \\ &= \frac{-60}{12} = -5 \\ \therefore &-5\end{aligned}$$

11. -1.6 의 역수와 $\frac{3}{2}$ 의 역수의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{12}$

해설

$$-1.6 = -\frac{16}{10} = -\frac{8}{5} \text{의 역수} : -\frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{2} \text{의 역수} : \frac{2}{3}$$

$$\therefore \left(-\frac{5}{8}\right) \times \frac{2}{3} = -\frac{5}{12}$$

12. x, y, z 가 다음을 만족할 때, xyz 의 값을 구하여라.

$$\frac{2}{5} + (-x) = -\frac{34}{15},$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times y = \frac{9}{5},$$

$$\frac{3}{z} \div \left(+\frac{1}{20}\right) = 30$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{64}{5}$

해설

$$-x = -\frac{34}{15} - \frac{2}{5} = \frac{-34-6}{15} = \frac{-40}{15},$$

$$x = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{9}{5} \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{5} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{12}{5}$$

$$\frac{3}{z} = 30 \times \left(+\frac{1}{20}\right) = \frac{3}{2}, \quad z = 2$$

$$\therefore xyz = \frac{8}{3} \times \left(-\frac{12}{5}\right) \times 2 = -\frac{64}{5}$$

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $-5x^2 + 3x - 2$ 의 항은 $5x^2$, $3x$, 2 이다.
- ② $3x - 2y - 5$ 에서 상수항은 -5 이다.
- ③ $2x^2 - 3x + 4 - 2x^2$ 은 일차식이다.
- ④ $x \times \left(-\frac{1}{2}y\right) + 4$ 의 항은 3 개이다.
- ⑤ $2x - 4y - 3$ 에서 x 와 y 의 계수의 곱은 8 이다.

해설

- ① $-5x^2 + 3x - 2$ 이 항은 $-5x^2$, $3x$, -2 이다.
- ④ $x \times \left(-\frac{1}{2}y\right) + 4 = -\frac{1}{2}xy + 4$ 이므로 항은 2 개이다.
- ⑤ $2x - 4y - 3$ 에서 x 의 계수는 2, y 의 계수는 -4 이므로 곱은 $2 \times (-4) = -8$ 이다.

14. 10%의 소금물과 5% 소금물을 섞어 6%의 소금물 500g을 만들 때 10%의 소금물의 양을 구하면?

① 50 g ② 100 g ③ 200 g ④ 360 g ⑤ 400 g

해설

10%의 소금물의 양을 x 라 하면, 5%의 소금물의 양은 $500-x$ 이고, 소금의 양은 같으므로 식을 세우면, $x \times \frac{10}{100} + (500-x) \times \frac{5}{100} = 500 \times \frac{6}{100}$
양변에 100 을 곱하면, $10x + 5(500-x) = 3000$ $10x + 2500 - 5x = 3000$
 $5x = 500$
 $\therefore x = 100$ (g)

15. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $|a| < |b| < |c|$, $a \times b > 0$, $a \times c < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

- ① $b \times c < 0$
- ② $a \times b \times c < 0$
- ③ $|a + b| > |a|$
- ④ $|b + c| < |c|$
- ⑤ $|a - c| < |c|$

해설

$a \times b > 0$, $a \times c < 0$ 에서 a 와 b 는 같은 부호이고, a 와 c 는 다른 부호이다.
① a 와 c 가 서로 다른 부호이므로, b 와 c 도 서로 다른 부호이다. 따라서 서로 다른 부호의 곱이므로 0 보다 작다. $b \times c < 0$
② $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$ 이라면 $a \times b \times c < 0$ 이고, $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이라면 $a \times b \times c > 0$ 이다.
③ a 와 b 의 부호가 같으므로 $a + b$ 는 $|a| + |b|$ 에 a 혹은 b 의 부호를 붙이면 된다. 따라서 $|a + b| = |a| + |b| > |a|$
④ b 와 c 의 부호가 다르므로 $b + c$ 는 $|b - c|$ 에 b, c 중 절댓값이 더 큰 수의 부호를 붙이면 된다. $|b| < |c|$ 이므로 $|b + c| = |b - c| = |c| - |b| < |c|$ 이다.
⑤ a 와 c 의 부호가 다르므로 $a - c$ 는 $|a| + |c| > |c|$ 이다.

16. x 의 2 배에 4 를 더한 것을 A , x 의 3 배에서 5 를 뺀 것을 B 라 할 때, $\frac{A}{4} - \frac{B}{5}$ 를 x 를 사용한 간단한 식으로 나타내려고 한다. 옳은 것을 고르면?

① $-x + 2$

② $-x + 9$

③ $-\frac{7}{20}x + \frac{41}{20}$

④ $-\frac{1}{10}x + 2$

⑤ $-7x + 41$

해설

$A = 2x + 4$, $B = 3x - 5$ 이므로,

$$\begin{aligned}\frac{A}{4} - \frac{B}{5} &= \frac{2x+4}{4} - \frac{3x-5}{5} \\ &= \frac{1}{2}x + 1 - \frac{3}{5}x + 1 \\ &= \frac{2}{5}x - \frac{6}{10}x + 1 + 1 \\ &= -\frac{1}{10}x + 2\end{aligned}$$

17. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -2$ 일 때, $\frac{5a - 4ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{-2}{1}$$

$a+b = -2k$, $ab = k$ 라고 하면

$$\begin{aligned}\frac{5(a+b) - 4ab}{a+b} &= \frac{-10k - 4k}{-2k} \\ &= \frac{-14}{-2} \\ &= 7\end{aligned}$$

18. $a = -2$ 일 때, $|2a + 3| + 2a + 3$ 의 식의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}|2a + 3| + 2a + 3 &= |-4 + 3| - 4 + 3 \\&= |-1| - 1 \\&= 1 - 1 \\&= 0\end{aligned}$$

19. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 5), B(-3, 1), C(0, -1)로 둘러싸인 삼각형 ABC의 넓이는?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

세 점을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 점선으로 된 사각형의 넓이에서 삼각형이 포함되어지 않은 부분을 빼면 된다.

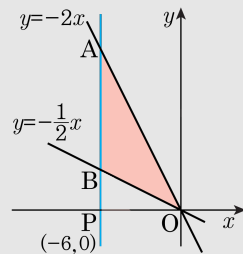
$$(6 \times 6) - \left\{ \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right) \right\}$$
$$= (6 \times 6) - (12 + 3 + 9)$$
$$= 36 - 24$$
$$= 12$$

20. 좌표평면 위에 두 직선 $y = -2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 가 있다. 한 점 $P(-6, 0)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선이 이 두 직선과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?(단, O는 좌표평면의 원점이다.)

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

해설

그래프를 그리면 다음 그림과 같다.



$A(-6, a)$, $B(-6, b)$ 라고 하면

$$a = (-2) \times (-6) = 12$$

$$b = -\frac{1}{2} \times (-6) = 3$$

$$\therefore (\triangle OAB \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$$

21. $3^3 = a$, $11^b = 121$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 29 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 46

해설

$3^3 = 27$, $11^2 = 121$ 이므로 $a = 27$, $b = 2$ 이다.
따라서 $a + b = 29$ 이다.

22. $x < |a|$ 에 대하여 a 는 자연수이고 x 는 유리수이다. x 의 값이 될 수 있는 수 중 분모가 11 인 기약분수의 개수가 360 개일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

해설

$x < |a|$ 이므로 분모가 11 인 기약분수 중 양수의 수는 180 개이다.
분모가 11 인 기약분수는 11 개의 수 중에 10 개씩 있으므로

$$a = \frac{198}{10} = 18 \text{ 이다.}$$

23. $2a+3b=3a-b$ 일 때, $\frac{2a+b}{a-b}$ 의 값이 x 에 관한 방정식 $mx-\frac{3-mx}{3}=5x-4m$ 의 해와 같다. 이 때, m^2+m+1 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$2a+3b=3a-b$ 에서 $a=4b$ 이고, $\frac{2a+b}{a-b}$ 에 대입하면

$$\frac{2 \times 4b + b}{4b - b} = \frac{9b}{3b} = 3 \text{ 이므로 } x = 3$$

$$mx - \frac{3-mx}{3} = 5x - 4m \text{ 에 } x = 3 \text{ 을 대입하면}$$

$$3m - \frac{3-3m}{3} = 5 \times 3 - 4m \text{ 이므로 } m = 2$$

$$\therefore m^2 + m + 1 = 7$$

24. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$f^n\left(-\frac{1}{2}\right)$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \cdots 3$ 이므로

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

25. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x$, $y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 교점은 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$y = 4x + k \text{ 에 } x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$$y = 4x + k \text{ 에 } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$