1. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으면?

$7, 14, 21, 28, \cdots$ $21, 42, 63, 84, \cdots$

① $7, 14, 21, 28$
② $7, 14, 21, 28, \cdots$
③ $21, 42, 63, 84$
④ $21, 42, 63, 84, \cdots$
⑤ $147, 294, 441, 588, \cdots$

해설

첫 번째 줄의 수는 7 의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21 의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으면 7과 21 의 공배수, 즉 21 의 배수를 찾으면 된다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\frac{15}{3}$는 정수 아닌 유리수이다.
② 1은 자연수이면서 유리수이다.
③ 0은 자연수가 아니다.
④ $-\frac{9}{2}$는 자연수가 아니다.
⑤ 0은 정수이면서 유리수이다.

해설

$\frac{15}{3}$는 정수이다.

3. -3.7보다 크지 않은 수 중 가장 큰 정수와 절댓값이 $\frac{5}{8}$ 인 수 중 작은 수의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

-3.7보다 크지 않은 수 중 가장 큰 정수는 -4이다.

절댓값이 $\frac{5}{8}$ 인 수 중 작은 수는 $-\frac{5}{8}$ 이다.

$\therefore\ (-4)\times\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{5}{2}$

4. $-1 < a < 0,\ b > 1$ 일 때, 다음을 큰 순서대로 쓴 것은?

㉠ 0	㉡ a^2b	㉢ $\frac{b}{a}$	㉣ ab

① ㉠, ㉡, ㉣, ㉢ ② ㉣, ㉡, ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉠, ㉣, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉠, ㉣ ⑤ ㉢, ㉡, ㉠, ㉣

해설

㉠ 0
㉡ $a^2b > 0$
㉢ $\frac{b}{a} < 0$
㉣ $ab < 0$
㉢, ㉣에서 $\frac{1}{a} < a < 0$이므로 $\frac{b}{a} < ab < 0$
$\therefore$ ㉢ < ㉣
따라서 ㉡ > ㉠ > ㉣ > ㉢이다.

5. $\left(-\frac{4}{3}\right)$ 보다 $\left(-\frac{1}{2}\right)$ 만큼 큰 수를 a, $\frac{1}{3}$ 보다 $\frac{1}{2}$ 만큼 작은 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

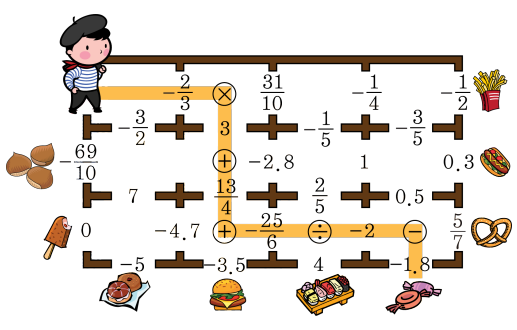
해설

$a=-\frac{4}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{11}{6}$

$b=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$

$\therefore \quad a+b=\left(-\frac{11}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{12}{6}=-2$

6. 민수는 다음 그림과 같은 길을 따라 사탕을 찾는다고 할 때, 길 안의 사칙연산대로 계산한 결과를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{77}{15}$

해설

사탕을 먹고 싶을 경우, 길을 따라 가면

지나가는 숫자들은 $-\frac{2}{3}$, 3, $\frac{13}{4}$, $-\frac{25}{6}$, -2, -1.8 이다.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\times 3+\frac{13}{4}+\left(-\frac{25}{6}\right)\div(-2)-(-1.8)$$
$$=(-2)+\frac{13}{4}+\frac{25}{12}+\frac{9}{5}$$
$$=(-2)+\frac{39}{12}+\frac{25}{12}+\frac{9}{5}$$
$$=(-2)+\frac{16}{3}+\frac{9}{5}$$
$$=(-2)+\frac{80}{15}+\frac{27}{15}$$
$$=(-2)+\frac{107}{15}$$
$$=-\frac{30}{15}+\frac{107}{15}$$
$$=\frac{77}{15}$$

7. 기온이 $t\,^\circ\mathrm{C}$ 일 때, 공기 중에서의 소리의 속력을 초속 $v\,\mathrm{m}$ 라고 하면 $v = 331 + 0.6t$ 인 관계가 있다. 소리의 속력이 초속 $367\,\mathrm{m}$ 일 때의 기온은 몇 도인가?

① $6\,^\circ\mathrm{C}$ ② $18\,^\circ\mathrm{C}$ ③ $30\,^\circ\mathrm{C}$ ④ $48\,^\circ\mathrm{C}$ ⑤ $60\,^\circ\mathrm{C}$

해설

$v = 367$

$367 = 331 + 0.6t$

$0.6t = 36 \therefore t = 60(\,^\circ\mathrm{C})$

8. 일차식 $3x-[10y-4x-2x-(-x+y)]$ 를 간단히 했을 때 각항의 계수의 합을 구하면?

① 0 ② −1 ③ 10 ④ −11 ⑤ −21

해설

식을 간단히 정리하면 $8x-9y$ 이다.

9. 어떤 x 에 대한 일차식에서 $2x-5$ 를 빼야할 것을 잘못하여 더했더니 $5x+7$ 이 되었다. 옳게 계산한 것은?

① $x+17$ ② $10x-12$ ③ $3x-12$

④ $-3x+12$ ⑤ $x+7$

해설

일차식을 A 라고 하자.
잘못한 계산은 $A+(2x-5)=5x+7$ 이다.
이 식을 풀면 $A=3x+12$ 가 된다.
옳게 계산하면 $3x+12-(2x-5)=x+17$ 이다.

10. 방정식 $2(3x-4)=3(x+5)+1$ 을 $ax=b$ 의 꼴로 고쳤을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a>0$)

① $\frac{10}{3}$ ② 4 ③ $\frac{16}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

해설

$6x-8=3x+16$

$3x=24$

$a=3$, $b=24$ 이므로 $\frac{b}{a}=8$

11. 다음 방정식의 해가 $x=-1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{a(x+2)}{3}-\frac{2-ax}{4}=\frac{1}{6}$$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x=-1$ 을 대입하면, $\frac{a}{3}-\frac{2+a}{4}=\frac{1}{6}$

양변에 12 를 곱하면,

$4a-3(2+a)=2$

$4a-6-3a=2$

$\therefore\ a=8$

12. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴　② 18 바퀴　③ 20 바퀴

④ 21 바퀴　⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

13. 네 유리수 $\frac{5}{3}$, $-\frac{2}{15}$, -8, $-\frac{3}{7}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값 중 가장 작은 수는?

① -8 ② $-\frac{40}{7}$ ③ $-\frac{16}{9}$ ④ $-\frac{16}{35}$ ⑤ $-\frac{2}{21}$

해설

주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱할 때,
그 결과가 가장 작으려면 $-\frac{2}{15}$, -8, $-\frac{3}{7}$을 곱하면 되고, 그 결과는

$$\left(-\frac{2}{15}\right)\times(-8)\times\left(-\frac{3}{7}\right)$$
$$=\left(-\frac{2}{15}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)\times(-8)$$
$$=\left(+\frac{2}{35}\right)\times(-8)$$
$$=-\frac{16}{35}$$

14. $8x^2+4x-10+ax^2-7x+5$ 를 간단히 하였더니 x 에 관한 일차식이 되었다. a 의 값으로 알맞은 것은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$8x^2+ax^2=0$ 이 되면 x 에 관한 일차식이 되므로 $a=-8$ 이다.

15. 지희가 도서실에 도착하니 4시와 5시 사이에 시계의 시침과 분침이 겹쳐있었다. 공부를 끝내고 도서실을 나올 때 보니 9시와 10시 사이에 시계의 시침과 분침이 겹쳐있었다. 지희가 도서실에서 공부한 시간을 t 시간이라 할 때, $\frac{11}{5}t$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

x시 y분일 때 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$\left|30x-\frac{11}{2}y\right|$ 이므로 도서실에서 도착한 시각을 4시 y분이라 하면

$\left|30\times 4-\frac{11}{2}y\right|^\circ = 0^\circ$

$120-\frac{11}{2}y=0 \quad \therefore\ y=\frac{240}{11}$ (분)

따라서 4 시 $\frac{240}{11}$ 분이다. 도서실에서 나온 시각을 9시 z분이라 하면

$\left|30\times 9-\frac{11}{2}z\right|^\circ = 0^\circ$

$270-\frac{11}{2}z=0,\ \frac{11}{2}z=270 \quad \therefore\ z=\frac{540}{11}$ (분)

따라서 9 시 $\frac{540}{11}$ 분이다.

따라서 지희가 도서실에서 공부한 시간은

9 시 $\frac{540}{11}$ 분− 4 시 $\frac{240}{11}$ 분 = 5시간 $\frac{300}{11}$ 분

$= 5\frac{5}{11}$ 시간

$t=\frac{60}{11}$ 이다.

$\therefore \frac{11}{5}t=12$

16. A 역과 B 역 사이를 왕복 운행하는 버스가 있다. 같은 시각에 A 역에서 출발한 버스가 시속 80 km로 B 역을 향해 가고 있고, B 역에서 출발한 버스가 시속 90 km로 A 역을 향해 가고 있다. A 역과 B 역 사이의 거리가 34 km 일 때, 이 두 버스가 만날 때까지 걸린 시간을 구하여라.

① 10 분 ② 11 분 ③ 12 분 ④ 15 분 ⑤ 20 분

해설

A 역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $80x$ km 이고, B 역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $90x$ km 이다. 문제에서, 두 버스가 이동한 거리의 합은 34 km 이므로 $80x + 90x = 34$ 이다.
이 방정식을 풀면, $170x = 34$, $\therefore\ x = 0.2$ 이다.
따라서, 두 버스는 $0.2 \times 60 = 12$ (분) 후에 만난다.

17. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \cdots, (98, 99, 100)$

이 때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
$(a-1,\ a,\ a+1)$ $(2 \le a \le 99)$라 하면,
$(a-1)+(a)+(a+1)$ =(21의 배수)
$\Rightarrow 3a =$ (21의 배수)
$\Rightarrow a =$ (7의 배수)
$\therefore\ 2 \le a \le 99$일 때, 7의 배수는 14개

18. $x = 5^{15} + 1,\ y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
$5^{15} + 2^{13} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy는 15 자리의 수이다.

19. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개
2^2 의 배수의 개수 : 25 개
2^3 의 배수의 개수 : 12 개
2^4 의 배수의 개수 : 6 개
2^5 의 배수의 개수 : 3 개
2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,
5 의 배수의 개수 : 20 개
5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100 = 2^{97} \times 5^{24} \times \cdots$
$= A \times (2 \times 5)^{24}$

$\therefore n = 24$

20. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(630))$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
$P(630) = (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$,
$24 = 2^3 \times 3$ 이므로
$P(P(630)) = P(24) = (3+1) \times (1+1) = 8$

21. 600을 자연수 a로 나누면 b^2이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b는 자연수)

① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$($p$는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$일 때,

$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$일 때,

$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$일 때,

$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$일 때,

$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$

$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$이므로

$\frac{a}{b}$의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$

22. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} < 0, (-1)^{101} \times b > 0$ 일 때, a와 b 의 부호로 옳은 것은?

① $a > 0, b = 0$　② $a > 0, b > 0$　③ $a > 0, b < 0$

④ $a < 0, b > 0$　⑤ $a < 0, b < 0$

해설

$\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이거나 $a < 0, b > 0$

$(-1)^{101} \times b > 0$ 에서 $-b > 0, b < 0$

$\therefore\ b < 0, a > 0$

23. 방정식 $\dfrac{6}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \dfrac{2}{\dfrac{x}{x+1}-1}$ 을 풀면? (단, $x \neq 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$(\text{좌변}) = \frac{6}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \frac{6}{1-\dfrac{x}{x-1}} = \frac{6}{\dfrac{x-1-x}{x-1}} = -6(x-1)$$

$$(\text{우변}) = \frac{2}{\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x+1}{x+1}} = \frac{2}{\dfrac{-1}{x+1}} = -2(x+1)$$

$\therefore -6x+6 = -2x-2$

$-4x = -8$

$x = 2$

24. 다음 x 에 관한 두 방정식의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$2(x-5) = -13 - 3(4+x)$$
$$5x - (x+1) = a - x$$

▶ 답:

▷ 정답: -16

해설

먼저 $2(x-5) = -13 - 3(4+x)$ 의 해를 구하면

$2(x-5) = -13 - 3(4+x)$
$2x - 10 = -13 - 12 - 3x$
$5x = -15$
$x = -3$

두 방정식의 해가 같다고 했으므로 $5x-(x+1) = a-x$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$5 \times (-3) - (-3+1) = a - (-3)$
$-15 + 2 = a + 3$
$\therefore\ a = -16$

25. 두 그릇 A, B 에 $a\%$ 의 소금물과 6% 의 소금물이 각각 들어 있다. 두 그릇의 소금물을 섞으면 4.5% 의 소금물이 되고, A 그릇의 소금물이 B 그릇의 소금물의 양의 3 배일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

B 그릇의 소금물의 양을 xg 이라 하면, A 그릇의 소금물의 양을 $3x$g

$$\frac{a}{100} \times 3x + \frac{6}{100}x = \frac{4.5}{100}(3x + x)$$

$3a + 6 = 18$

$3a = 12$

$\therefore\ a = 4$