

1. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 \square b + 2$

㉡ $-a - 4 \square -b - 4$

㉢ $\frac{1}{2}a + 3 \square \frac{1}{2}b + 3$

㉣ $-\frac{a}{3} \square -\frac{b}{3}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉢ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$

㉣ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

3. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$$a - 2 > 0$$

$$x \geq \frac{4}{a - 2} \text{이므로 } \frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

4. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$|x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2$$

$$\therefore -1 < x < 3$$

5. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

6. 부등식 $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 풀면?

① $-1 < x < 4$

② $-1 < x < 2$

③ $0 < x < 1$

④ $0 < x < 2$

⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

\therefore 모든 x 에 대해 성립

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

7. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x-1) - (x+2) < 9$$

$$-x+1-x-2 < 9, x > -5$$

$$\therefore -5 < x < 2$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$-(x+1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$$

$0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x-1) + (x+2) < 9, x < 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 4$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$

따라서 정수는 8개

8. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

① $-15 < x < 12$

② $-15 < x < 5$

③ $-7 < x < 5$

④ $-7 < x < 2$

⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 5$$

9. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

\therefore ⑤ 모든실수

10. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

11. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

12. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$64 \leq 16x - x^2$$

$$x^2 - 16x + 64 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 8)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 8$$

13. x 에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a 의 범위는?

① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

② $-3 \leq a \leq 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1) - 1$ 을 전개하여 이항하면 $x^2 + (1-a)x - a + 1 < 0$
이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$ 이면 부등식의 해가 없다.

$$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 1$$

14. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$(i) \quad x > 0$$

$$x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$(x-1)(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

$$(ii) \quad x < 0$$

$$x^2 + 5x + 4 \leq 0$$

$$(x+1)(x+4) \leq 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$$

∴ 정수의 개수 : 8개

15. 다음 <보기> 중 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 > -1$

㉡ $2(x-1)^2 \geq 0$

㉢ $(x+2)^2 + 1 > 0$

㉣ $x^2 - 4x + 1 > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 > -1$

㉡ $(x-1)^2$ 은 완전제곱식이므로
 $(x-1)^2 \geq 0$ 이다.

㉢ $(x+2)^2 \geq 0$ 이므로 $(x+2)^2 + 1 > 0$ 이다.

㉣ $x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이므로
항상 0보다 크다고 할 수 없다.

16. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$

$$\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

17. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

∴ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 < 0 &\Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ &\Rightarrow -4 < x < 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 > 0 &\Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ &\Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3 \end{aligned}$$

\therefore 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

19. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \quad \cdots \text{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠ } (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\text{㉡ } (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

20. $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$x^2 - 3x \leq 0 \text{에서}$$

$$x(x - 3) \leq 0 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \cdots (\text{가})$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서}$$

$$(x - 1)(x - 4) < 0 \text{이므로}$$

$$1 < x < 4 \cdots (\text{나})$$

(가), (나)에 의해

$$1 < x \leq 3 \text{이므로}$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$