

1. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$\therefore a = -2$

$2 - (-3) = b$

$\therefore b = 5$

$\therefore a + b = 3$

2. 다음 연립방정식의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3$ 을 하면 $-x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2$ 를 하면 $5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$
 $\textcircled{㉣} + \textcircled{㉤}$ 을 하면 $4x = 8 \therefore x = 2$
 $x = 2$ 를 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $-2 + 3y = -5 \therefore y = -1$
또, $x = 2$, $y = -1$ 을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면
 $2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$
 $\therefore z = 1$
 $\therefore x = 2, y = -1, z = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$

3. 연립방정식 $\begin{cases} px+y=1 \\ x+py=1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때의 p 값으로 알맞은 것은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -2

해설

$ax+by=c, dx+ey=f$ 일때,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ 이면 해가 없음,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 이면 해가 무수히 많다.

$p = \frac{1}{p} \neq 1$

$\therefore p = -1$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x+y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

7. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x - 2y + z = 3x - y + z = x + 2y - 4z + 10 = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $y = 0$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 2y - 4z = -8 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

따라서 $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$x + y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉠} \times 4 + \textcircled{㉢}$ 에서

$$3x - 2y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉣} \times 2 + \textcircled{㉤}$ 에서 $5x = 0$

$$\therefore x = 0, y = 0$$

$x = 0, y = 0$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $z = 2$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, 곱 $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 30

해설

주어진 세 식을 합하면 $2 \cdot (x+y+z) = 18$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 9$

$$\begin{cases} \alpha = 9 - (\beta + \gamma) = 9 - 6 = 3 \\ \beta = 9 - (\alpha + \gamma) = 9 - 7 = 2 \\ \gamma = 9 - (\alpha + \beta) = 9 - 5 = 4 \end{cases}$$

$\therefore \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$

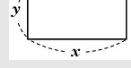
9. 가로, 세로의 길이가 각각 x cm, y cm 인 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구하여라. (단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, \quad 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

10. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.
(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

- ① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$
② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$
③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$
④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$
⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
(가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$
 $\therefore 25x + 3y = 10500$
(나) $\frac{x+y}{60} = 28$
 $\therefore x + y = 1680$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=18, y=-1$ 또는 $x=2, y=3$

② $x=-2, y=-3$ 또는 $x=2, y=3$

③ $x=\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=2, y=3$

④ $x=\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=-2, y=-3$

⑤ $x=-\frac{18}{5}, y=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=-2, y=-3$

해설

$$\begin{cases} 2x+y=7 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=13 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$y = -2x + 7$ 를 $\textcircled{B}$ 식에 대입

$$x^2 + (-2x + 7)^2 = 13$$

$$5x^2 - 28x + 36 = (5x - 18)(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{18}{5}, y = -\frac{1}{5} \\ x = 2, y = 3 \end{cases}$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

⊖ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2,$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

⊕ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$$

$$y^2 = 5,$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

13. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

구하는 순서쌍 (x, y) 는 연립방정식
$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots\cdots\textcircled{A} \\ x^2-y^2=0 & \cdots\cdots\textcircled{B} \end{cases}$$
의 해이다.
 $\textcircled{A}$ 에서 $y=\pm(x-1)$ $\cdots\cdots\textcircled{C}$
 $\textcircled{B}$ 을 $\textcircled{C}$ 에 대입하면 $x^2-(x-1)^2=0$, $2x-1=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$, $\textcircled{C}$ 에서 $y=\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
 $\therefore (x, y)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
 $\therefore$ 2개

14. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

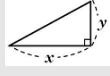
$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

15. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0 ,$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x = 12 \text{ 일 때 } y = 9$$

$$x = 9 \text{ 일 때 } y = 12$$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.