

1. 다음 등식을 만족하는 실수 $x + y$ 의 값을 구하시오.

$3x + 3 + (2y - 9)i = 9 + 5i$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

복소수가 서로 같을 조건에서
 $3x + 3 = 9, 2y - 9 = 5$
이것을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 7$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)}$$

$$= \frac{(2-6) + (-4-3i)i + (2-6) + (4+3)i}{2^2 + 3^2}$$

$$= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13}$$

$$= -\frac{8}{13}$$

3. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

5. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 = 16$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 2i$
 $\therefore$ 모든 해의 합은 $(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

7. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1, x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

8. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$(\text{준식}) = X(X + 1) - 6$$

$$= X^2 + X - 6$$

$$= (X + 3)(X - 2)$$

$$= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$$

9. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

-2, $-\sqrt{2}$, $2i$, $-2i$,
 $3i$, $-3i$, $1-i$, $1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
 $\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,
 $2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로
(실수) $^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

10. 함수 $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$ 이므로

분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$\therefore x = 1$ 일 때 최댓값 $\frac{6}{3} = 2$

11. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면
$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$
$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$
$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

12. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
 의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때, abc 의 값은?

① -14 ② -7 ③ 0 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y + z = 3 & \cdots \textcircled{㉡} \\ x + y + 2z = 5 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{을 하면 } 4(x + y + z) = 20$$

$$\therefore x + y + z = 5 \quad \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉣} \text{에서 } x = 7$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉣} \text{에서 } y = -2$$

$$\textcircled{㉢} - \textcircled{㉣} \text{에서 } z = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

13. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한
항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r} x^2+x+1 \overline{) \begin{array}{r} x^3+ax^2+2x+b \\ -x^3+x^2+x \\ \hline (a-1)x^2+(a-1)x+(a-1) \\ -(a-1)x^2+(a-1)x+(a-1) \\ \hline (2-a)x+b-a+1 \end{array}} \\ \hline \end{array}$$

$2-a=2, b-a+1=1$

$a=0, b=0$

14. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?
- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
 - ② $a = c$ 인 이등변삼각형
 - ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
 - ④ 정삼각형
 - ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

15. $a < 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b^2}{a}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{bi}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2}$
 $= (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b}$
 $= \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

16. 직선 $y = 2x + k$ 가 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고, 이 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{10}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

이차방정식 $2x + k = x^2$,
즉 $x^2 - 2x - k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -k$
두 그래프의 교점의 좌표를
 $(\alpha, 2\alpha + k), (\beta, 2\beta + k)$ 라 하면
두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{10}$ 이므로
 $\sqrt{(\alpha - \beta)^2 + (\alpha^2 - \beta^2)^2} = 2\sqrt{10}$ 에서
 $\sqrt{5(\alpha - \beta)^2} = 2\sqrt{10}$
 $\therefore |\alpha - \beta| = 2\sqrt{2}$
이때, $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 에서
 $(2\sqrt{2})^2 = 2^2 - 4(-k), 8 = 4 + 4k$
 $\therefore k = 1$

17. $a-1 \leq x \leq a+4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4$ 의 최댓값이 4 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + 4 = (x-a)^2 - a^2 + 4$$

이때, 꼭짓점의 x 좌표 a 가 x 의 값의 범위에 속하므로

$x = a$ 일 때 최솟값, $x = a+4$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(a+4) = (a+4)^2 - 2a(a+4) + 4 = 4$$

$$a^2 + 8a + 16 - 2a^2 - 8a + 4 = 4$$

$$a^2 = 16$$

$$\therefore a = 4 \quad (a > 0)$$

18. 방정식 $(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 에서
 $x^4 + 4x^2 + 4 - 6x^2 - 7 = 0$
 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 - 2t - 3 = 0, (t - 3)(t + 1) = 0$
 $\therefore t = 3$ 또는 $t = -1$
(i) $x^2 = 3$ 일 때, $x = \pm \sqrt{3}$
(ii) $x^2 = -1$ 일 때, $x = \pm i$
(i), (ii)에서 실근의 합을 구하면
 $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$

19. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
 $260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.
나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
 $\therefore m = 10$