1. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\dfrac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

2. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$16x^2 - 24x + 9 = 0$

$(4x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{4}$(중근)

3. 이차방정식 $x^2+2x=-2(x+2)$을 풀어라.(단, x는 중근)

▶ **답:**

▷ **정답:** $x=-2$

해설

$x^2+2x=-2x-4$

$x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$

$\therefore\ x=-2$ (중근)

4. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$(x+3)^2 = 0$

$\therefore x = -3$(중근)

5. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$	㉡ $3x^2 - 12 = 0$
㉢ $(x-3)^2 = 4$	㉣ $2(x+1)^2 = 6$
㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$	

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉢, ㉣
④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$
㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$
㉢ $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$
㉣ $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$
㉤ $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, m), (3, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 두 점 $(-1, m), (3, n)$ 을 대입하면

$m = 2 \times (-1)^2 - 3 = -1$

$n = 2 \times 3^2 - 3 = 15$

$y = ax + b$ 가 $(-1, -1), (3, 15)$ 를 지나므로

$-1 = -a + b,\ 15 = 3a + b$

$\therefore a = 4,\ b = 3,\ a - b = 1$

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$y = 2(x+2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11$

$\therefore a + b + c = 2 + 8 + 11 = 21$

8. 이차함수 $y = 3(x-2)^2 - 4$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제1 사분면　② 제2 사분면　③ 제3 사분면

④ 제4 사분면　⑤ 없다.

해설

꼭짓점이 $(2, -4)$ 이고 y 절편이 8 이므로
제 $1, 2, 4$ 사분면을 지난다.

9. 이차함수 $y=(x+3)^2-9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -9)$ 이다.

② 대칭축은 $x=-3$ 이다.

③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

10. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$$

$$= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

11. $\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250} \rightarrow 7.5 < x < 125$

$\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되려면

$x = 2 \times k^2$ (k는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 4$ 일 때, $x = 2 \times 4 = 8$

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 2 \times 9 = 18$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 2 \times 16 = 32$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 2 \times 25 = 50$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 2 \times 36 = 72$

$k^2 = 49$ 일 때, $x = 2 \times 49 = 98$ 이다.

12. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{11}-2>-2+\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{20}-4>1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}>-\sqrt{17}+4$

㉣ $2-\sqrt{3}<\sqrt{5}-\sqrt{3}$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}>-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}<-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{20}-4-1=\sqrt{20}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$

$\therefore\ \sqrt{20}-4<1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}-(-\sqrt{17}+4)=\sqrt{15}-4$

$=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore\ \sqrt{15}-\sqrt{17}<-\sqrt{17}+4$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}-(-\sqrt{7}-1)=-\sqrt{2}+1$

$=-\sqrt{2}+1<0$

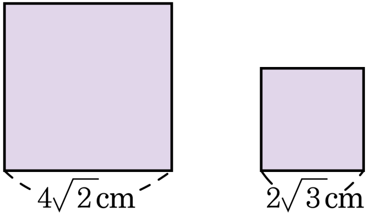
$\therefore\ -\sqrt{7}-\sqrt{2}<-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}-\left(-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{2-\sqrt{2}}{4}>0$

$\therefore\ \frac{1}{2}-\sqrt{5}>-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

13. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 색종이가 있다. 이것을 적당히 오려 붙여서 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양으로 붙이려고 한다. 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: $2\sqrt{11}$ cm

해설

넓이의 합은 $\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32 + 12 = 44$ 이다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때, $x^2 = 44$ 이므로 $x = 2\sqrt{11}\,\mathrm{cm}$ 이다.

14. $1+\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $2b-a$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $2\sqrt{5}-7$

해설

$1+\sqrt{5}=3.\times\times$이므로

$1+\sqrt{5}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$

$\therefore\ 2b-a=2\left(\sqrt{5}-2\right)-3=2\sqrt{5}-4-3=2\sqrt{5}-7$

15. $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}$ 을 간단히 하면?

① 14　　② $2\sqrt{3}$　　③ $8\sqrt{3}$

④ $7+4\sqrt{3}$　　⑤ 1

해설

$$\frac{(\sqrt{3}+2)^2-(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=(3+4\sqrt{3}+4)-(4-4\sqrt{3}+3)=$$

$8\sqrt{3}$

16. $\sqrt{125}-\dfrac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$ 의 정수 부분의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{5}=2.236$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\sqrt{5^3}-\frac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=5\sqrt{5}-\frac{15-5\sqrt{5}}{5}$$
$$=5\sqrt{5}-3+\sqrt{5}$$
$$=6\sqrt{5}-3$$

따라서 $\sqrt{5}=2.236$ 이므로 대입하여 계산하면 정수부분은 10 이다.

17. $(2x-a)^2 = 4x^2-(b-5)x+49$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=40$

해설

$(2x-a)^2 = 4x^2-4ax+a^2$

$4x^2-4ax+a^2 = 4x^2-(b-5)x+49$이므로

$a^2=49 \qquad \therefore\ a=7$

$-(b-5)=-4a$, $a=7$을 대입하면

$-(b-5)=-28 \therefore b=33$

$\therefore\ a+b=7+33=40$

18. $x = \sqrt{2}+1$ 일 때, $x^2-7x+12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8-5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2-7x+12 &= (x-3)(x-4) \\ &= (\sqrt{2}+1-3)(\sqrt{2}+1-4) \\ &= (\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-3) \\ &= 8-5\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 값은?

① $10 - 4\sqrt{2}$ ② $-10 + 4\sqrt{2}$ ③ $-10 - 4\sqrt{2}$

④ $10 + 4\sqrt{2}$ ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= (x-5)(x+3) \\ &= (-1+\sqrt{2}-5)(-1+\sqrt{2}+3) \\ &= (\sqrt{2}-6)(\sqrt{2}+2) \\ &= 2 - 4\sqrt{2} - 12 \\ &= -10 - 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. $a+b=5$ 이고, $ax+bx-2ay-2by=20$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} ax+bx-2ay-2by &= x(a+b)-2y(a+b) \\ &= (a+b)(x-2y)=20 \end{aligned}$$

$5\times(x-2y)=20,\ x-2y=4$

$x^2-4xy+4y^2=(x-2y)^2=4^2=16$

21. 이차함수 $y = 4x^2 - 12ax + 8a^2 + 6a - 9$ 의 최솟값이 -4 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$y = 4x^2 - 12ax + 8a^2 + 6a - 9$$
$$= (2x - 3a)^2 - a^2 + 6a - 9$$

최솟값은 $-a^2 + 6a - 9 = -4$ 이다.

$a^2 - 6a + 5 = 0$

$(a - 1)(a - 5) = 0$

$\therefore\ a = 1$ 또는 $a = 5$

22. $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{3})^2-\sqrt{3}\left(\sqrt{24}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)=a+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -15　② 15　③ -9　④ 9　⑤ 0

해설

$6+12-6\sqrt{2}+3=21-6\sqrt{2}$

$\therefore\ a=21,\ b=-6$

$\therefore\ a+b=21-6=15$

23. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$x^2 - ax - 2x + 4 = 0,\ x^2 - (a+2)x + 4 = 0$

$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4,\ \frac{a+2}{2} = \pm 2$

$a + 2 = \pm 4$

$\therefore\ a = 2$ 또는 $a = -6$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 $2,\ -6$ 이므로

$$\begin{array}{r} 4 + 2m + n = 0 \\ -\ \underline{)36 - 6m + n = 0} \\ -32 + 8m = 0 \end{array}$$

$\therefore\ m = 4,\ n = -12$

$\therefore\ m + n = 4 - 12 = -8$

24. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 서로소)

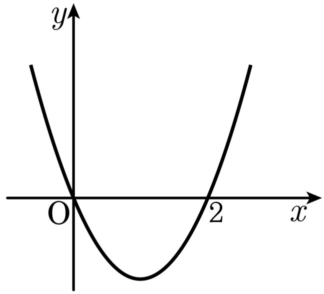
▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D = (k-2)^2 - 8m = 0$
$(k-2)^2 = 8m$ 이므로
$(m, k) = (2, 6)$ 이다.
확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.
$\therefore\ a + b = 37$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2, 0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a, b) 라고 하면 $b > 0$ 이므로 ($\triangle$POA의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.

따라서 $b = 24$ 이다.

P$(a, 24)$ 인 a 의 값을 구하면

(i) $a < 0$ 일 때

$y = x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면

$24 = a^2$, $a = -2\sqrt{6}$

(ii) $a \geq 0$ 일 때

$y = 3x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면

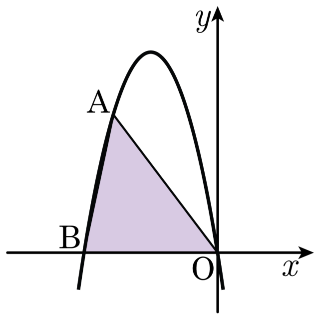
$24 = 3a^2$, $a = 2\sqrt{2}$

(i), (ii) 에서 P$(-2\sqrt{6}, 24)$ 또는 P$(2\sqrt{2}, 24)$ 이다.

따라서 점 P 의 x좌표들의 곱은

$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

27. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, △OAB 의 넓이의 최댓값은?



① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
△OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\text{OB}}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 △OAB 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
△OAB 의 넓이$= \dfrac{1}{2} \times \overline{\text{OB}} \times 9 = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

28. $a+b=-1$, $(a+1)(b+1)=-12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$a^3+b^3+a^2b+ab^2$

① -25 ② -24 ③ -23 ④ -22 ⑤ -21

해설

$(a+1)(b+1)=ab+(a+b)+1=-12$

$a+b=-1$ 이므로 $ab=-12$

$$\begin{aligned}a^3+b^3+a^2b+ab^2 &= a^3+a^2b+ab^2+b^3\\ &= a^2(a+b)+b^2(a+b)\\ &= (a+b)\left(a^2+b^2\right)\\ &= (a+b)\left\{(a+b)^2-2ab\right\}\\ &= (-1)\\ &\quad\times\left\{(-1)^2-2\times(-12)\right\}\\ &= (-1)\times 25=-25\end{aligned}$$

29. 방정식 $xy+y^2-x+8=0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개 존재할 때, $x-y$ 의 값은?

① $-2\pm2\sqrt{2}$　② $-3\pm\sqrt{2}$　③ $-3\pm6\sqrt{2}$

④ $-3\pm8\sqrt{2}$　⑤ $-5\pm4\sqrt{2}$

해설

$x-y=k$ 라 하면 $y=x-k$

이것을 $xy+y^2-x+8=0$ 에 대입하면

$x(x-k)+(x-k)^2-x+8=0$

$2x^2-(3k+1)x+k^2+8=0$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$(3k+1)^2-4\times2(k^2+8)=0$

$k^2+6k-63=0$

$\therefore\ k=-3\pm6\sqrt{2}$

$\therefore\ x-y=-3\pm6\sqrt{2}$

30. 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① 위로 볼록한 그래프이다.

② 점 $(3,\ -9)$ 을 지난다.

③ 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

④ $y=x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y=-x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x=0$ 이다. $y=x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.