1. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 3(k+2i) - k(-2i)$

$\quad = 3k + (6+2k)i \Rightarrow$ 순허수

$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$

2. $(x-3)+(y-2)i=2+5i$를 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 $2x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 17 ⑤ 20

해설

$x-3=2,\ y-2=5$

$\therefore\ x=5,\ y=7$

$\therefore\ 2x+y=17$

3. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$x > 2 \cdots\cdots$ ①

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$(2x - 1)(x - 1) > 0$

$\therefore x > 1$ 또는 $x < \frac{1}{2} \cdots\cdots$ ②

따라서, 구하는 해는 ① 과 ② 를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore x > 2$

4. $x = \dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = \dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 이므로

$3x = 1 + \sqrt{2}i$

$3x - 1 = \sqrt{2}i$

양변을 제곱하면 $9x^2 - 6x + 1 = -2$

$\therefore\ 9x^2 - 6x = -3$

$9x^2 - 6x + 5$ 에서 $9x^2 - 6x$가 -3이므로 $-3 + 5 = 2$

5. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

ㄱ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

ㄴ $z + \bar{z}$는 실수이다.

ㄷ $z - \bar{z}$는 허수이다.

ㄹ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄹ　③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄹ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

ㄱ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)

ㄴ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

ㄷ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

ㄹ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$

$= (a+1+bi)(a+1-bi)$

$= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

6. $(2-i)\overline{z}+4iz=-1+4i$를 만족하는 복소수 z에 대하여 $z\overline{z}$의 값은?
(단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$z=a+bi$라 놓으면 $\overline{z}=a-bi$
$(2-i)(a-bi)+4i(a+bi)=-1+4i$
$(2a-5b)+(3a-2b)i=-1+4i$

$\therefore 2a-5b=-1 \cdots$ ㉠
$3a-2b=4 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=1$
$\therefore\ z=2+i,\quad \overline{z}=2-i$
$\therefore\ z\overline{z}\ =\ (2+i)(2-i)=2^2-i^2=5$

7. $x = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1

④ $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$　　⑤ $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

8. 이차방정식 $x^2 - x(kx-7) + 3 = 0$이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8 ② -4 ③ -2 ④ 5 ⑤ 2

해설

$x^2 - x(kx-7) + 3 = 0$

$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$

$(1-k)x^2 + 7x + 3 = 0$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$이어야 하므로

$D = 7^2 - 4 \cdot (1-k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$

$37 + 12k < 0$

$\therefore k < -\frac{37}{12}$

따라서 최대정수는 -4이다.

9. 이차식 $ax^2+4x+2a$가 x에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a의 값은?

① ± 1 ② $\pm\sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm\sqrt{3}$ ⑤ $\pm\sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D=0$이어야 한다.

$\frac{D}{4}=2^2-a\cdot 2a=0$

$4-2a^2=0,\ a^2=2$

$\therefore a=\pm\sqrt{2}$

10. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α,β라고 할 때, $\alpha^3+\beta^3$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha+\beta=3,\ \ \alpha\beta=1$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=27-9=18$

11. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2+\sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3　② 0　③ 2
④ 4　⑤ $2+2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2+\sqrt{3}$ 대입
$(2+\sqrt{3})^2 - a\cdot(2+\sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3}\cdot(4-a) + (b-2a+7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

12. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$　② 0　③ $\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x+1)^2 + k + 3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k+3)$ 이다.
주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.

$\therefore\ k + 3 = \frac{5}{2}$　$\therefore\ k = -\frac{1}{2}$

13. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x의 범위가 $-2 \le x \le 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$

$-2 \le x \le 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,

$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

14. 사차방정식 $x^4+5x^3-20x-16=0$의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$x^4+5x^3-20x-16$

$=(x+1)(x^3+4x^2-4x-16)$

$=(x+1)(x+4)(x^2-4)$

$=(x+1)(x+4)(x+2)(x-2)$

따라서 네근은 $-1,\ -2,\ -4,\ 2$

$\therefore$ 네근의 제곱의 합은 $1+4+16+4=25$

15. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}$, 2　② $-1 + \sqrt{2}$, -3　③ $1 - \sqrt{2}$, 3
④ $1 - \sqrt{2}$, -3　⑤ $-1 + \sqrt{2}$, 3

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
$\therefore\ 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$
$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

16. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x,\ y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2,\ y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2},\quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

17. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$ ② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이지만 $ab < 0$이다.)

18. x에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$의 해가 $x<1$일 때, x에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$의 해는?

① $x<-10$　　② $x<-5$　　③ $x>-5$

④ $x<5$　　⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots$㉠

㉠의 해가 $x<1$이려면 $a+b<0\cdots$㉡

㉠이 양변을 $a+b$로 나누면 $x<\frac{-a+2b}{a+b}$이므로

$\frac{-a+2b}{a+b}=1,\ -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots$㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0 \therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0,\ -ax>-5a\ \therefore x>5$

19. 부등식 $2|x+2|+|x-1| \le 6$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

(i) $x \ge 1$일 때

$2x+4+x-1-6=3x-3 \le 0,\ x \le 1$

$\therefore x=1 \cdots$ ㉠

(ii) $-2 \le x < 1$일 때

$2x+4+1-x-6=x-1 \le 0$에서 $x \le 1$

$\therefore -2 \le x < 1 \cdots$ ㉡

(iii) $x < -2$일 때

$-2x-4-x+1-6=-3x-9 \le 0$

$3x \ge -9,\ \ x \ge -3$

$\therefore -3 \le x < -2 \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-3 \le x \le 1$

따라서 만족하는 정수 x의 개수는 5개

20. 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$

이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하므로

$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$

$a^2-4a-5<0$, $(a-5)(a+1)<0$

$\therefore -1<a<5$

따라서 정수 a는 0, 1, 2, 3, 4이다.

21. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b로 나눈 나머지가 $3x+4$이다. 상수 $a,\ b$의 값을 구하면?

① $a=-10,\ b=3$
② $a=10,\ b=3$
③ $a=-10,\ b=-3$
④ $a=7,\ b=3$
⑤ $a=-5,\ b=4$

해설

몫을 $x+c$라고 둔다면
$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+c)+3x+4$
이차항의 계수 : $c+4=0$에서 $c=-4$
상수항 : $bc+4=-8$에서 $b=3$
일차항의 계수 : $4c+b+3=a$에서 $a=-10$

22. 다항식 $f(x)$를 $x-2$, $x+2$로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$이다. $4a+b$의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(2)=5$, $f(-2)=3$

$f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$
$\quad=(x-2)(x+2)Q(x)+ax+b$

$f(2)=2a+b=5$, $f(-2)=-2a+b=3$

$a=\frac{1}{2}$, $b=4$

23. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, x^2-1로 나누면 떨어진다. 이 때, abc의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3+ax^2+bx+c = (x+2)Q_1(x)+3$$
$$= (x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$f(-2)=3 \quad f(1)=0 \quad f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore \ abc=9$

24. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3$을 인수분해하면?

① $(x^2-x+7)(x^2-5x+3)$
② $(x^2-5x+7)(x^2-x+3)$
③ $(x^2-5x+6)(x^2-5x+3)$
④ $(x^2-5x+7)(x^2-5x+3)$
⑤ $(x^2-2x+7)(x^2-5x+3)$

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3$
$=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3$
$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3$
$=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24-3$
$=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+21$
$=(x^2-5x+7)(x^2-5x+3)$

25. 다항식 $2x^2-2y^2+3xy+5x+5y+3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

① $3x+3y-2$ ② $3x-y-4$ ③ $3x+y+4$
④ $3x+y-2$ ⑤ $3x-y+2$

해설

$2x^2+(3y+5)x-\left(2y^2-5y-3\right)$
$=\{2x+(2y+1)\}\{x-(y-3)\}$
$\therefore\ (2x+2y+1)+(x-y+3)=3x+y+4$

26. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$의 근이므로
$x = 1$을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0$ $\therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0$ $\therefore x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

27. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합은?

① -1 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

해설

$f(x)=0$의 두 근을 a, b라 하면 $a+b=3$

$2x+1=t$라 하면 $x=\frac{t-1}{2}$

$f(2x+1)=f(t)=0$에서
$f(t)=0$의 해가 $t=a,\ t=b$이므로

$f(2x+1)=0$의 해는 $x=\frac{a-1}{2}, \frac{b-1}{2}$ 이다.

$\therefore \frac{a-1}{2}+\frac{b-1}{2}=\frac{a+b-2}{2}=\frac{1}{2}$

28. 삼차방정식 $x^3-8x^2+17x-10=0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2\alpha\beta\gamma$의 값은?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$\alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{(-8)}{1}=8$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{c}{a}=\dfrac{17}{1}=17$

$\alpha\beta\gamma=\dfrac{d}{a}=-\dfrac{(-10)}{1}=10$

$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

$=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$=(8)^2-2\cdot(17)=30$

$-2\alpha\beta\gamma=-2\cdot 10=-20$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2\alpha\beta\gamma=10$

29. $\triangle ABC$에서 $\angle A + 2\angle B = 235°$, $\angle B + 2\angle C = 190°$ 일 때, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$를 각각 순서대로 구하여라.

▶ 답: °

▶ 답: °

▶ 답: °

▷ 정답: $\angle A = 35°$

▷ 정답: $\angle B = 100°$

▷ 정답: $\angle C = 45°$

해설

$\angle A = x$, $\angle B = y$, $\angle C = z$라 하면

$$\begin{cases} x + 2y = 235 & \cdots\cdots ㉠ \\ y + 2z = 190 & \cdots\cdots ㉡ \\ x + y + z = 180 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉢ × 2 − ㉡을 하면 $2x + y = 170$ ⋯⋯ ㉣

㉣ × 2 − ㉠을 하면 $3x = 105$

$\therefore\ x = 35$

$x = 35$를 ㉣에 대입하면 $y = 100$

또, $x = 35$, $y = 100$ 을 ㉢에 대입하면 $z = 45$

30. x, y에 대한 연립방정식

$\begin{cases} 2x+(3+a)y=4+a \\ (3-a)x+4y=5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면 x, y의 계수의 비가 같아야 하므로

$\frac{2}{3-a}=\frac{3+a}{4}$

$(3-a)(3+a)=8 \Rightarrow a^2=1$

$\therefore a=\pm 1$

$a=1$일 때 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x+4y=5 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$ 로 일치하므로 해가 무수히 많다.

31. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore\ u = \pm 7,\ v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots ㉢ \\ xy = 12 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

또는 $\begin{cases} x + y = -7 & \cdots ㉣ \\ xy = 12 & \cdots ㉡ \end{cases}$

(i) ㉢, ㉡에서 $x,\ y$ 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이므로 $x = 3,\ y = 4$ 또는 $x = 4,\ y = 3$

(ii) ㉣, ㉡에서 $x,\ y$ 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이므로 $x = -3,\ y = -4$ 또는 $x = -4,\ y = -3$

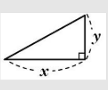
(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

32. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$\begin{cases} x + y = 21 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots ② \end{cases}$ 이다.

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$

$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$

$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$

$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$

$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$

$(x - 12)(x - 9) = 0$,

$x = 12$ 또는 $x = 9$

$x = 12$ 일 때 $y = 9$

$x = 9$ 일 때 $y = 12$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.

33. 방정식 $2xy-4x-y=4$를 만족하는 양의 정수 x, y를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$\begin{cases} x=\gamma \\ y=\delta \end{cases}$ 이다.

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y가 양의 정수이므로

$2x-1$, $y-2$도 각각 정수이고 특히 $2x-1$은 양의 홀수이다.

$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

$\therefore\ \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$

34. 이차방정식 $(2+k)x^2+4x-(1+k)=0$이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$　　② $k \leq -2$

③ k는 모든 실수　　④ k는 없다.

⑤ $k \neq -2$인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$

$k^2 + 3k + 6 \geq 0$

$k^2 + 3k + 6 = (k + \frac{3}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq 0$이므로

모든 실수 k에 대해 성립.

$\therefore\ k \neq -2$인 모든 실수

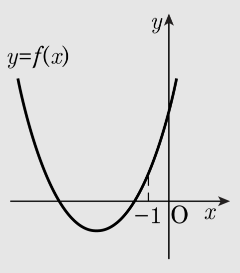
35. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서
$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$
$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$
(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\frac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$
이상에서 $-7<k<-3$
따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

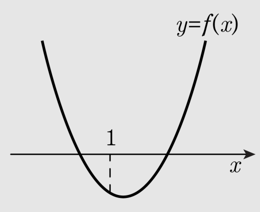
36. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$

37. 세 양수 $a,\ b,\ c$가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서

$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\therefore\ \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore\ a=b=c$ ($\because a,\ b,\ c$는 실수)

따라서 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$a^2=1$

$\therefore\ a=b=c=1$

$\therefore\ a+b+c=3$

38. $a-b=3$, $b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

① -14　② -12　③ -8　④ -4　⑤ 0

해설

$a-b=3 \quad \cdots ㉠$, $b-c=1 \quad \cdots ㉡$
㉠+㉡에서 $a-c=4$
$\therefore\ ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$
$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$
$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$
$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$
$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$
$=(b-a)(b-c)(a-c)$
$=(a-b)(b-c)(c-a)$
$=3\times1\times(-4)=-12$