1. 다음 중 이차방정식 $(x-2)(x+5)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=2$ 또는 $x=5$
② $x=-2$ 또는 $x=5$
③ $x=-2$ 또는 $x=-5$
④ $x=2$ 또는 $x=-5$
⑤ $x=0$ 또는 $x=2$

해설

$(x-2)(x+5)=0$,
$x-2=0$ 또는 $x+5=0$,
따라서 $x=2$ 또는 $x=-5$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $x = -2$

해설

$x^2 - x - 6 = 0$
$(x - 3)(x + 2) = 0$
$\therefore\ x = 3$ 또는 $x = -2$

3. 이차방정식 $(x-2)^2-5=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-5$
② $x=2\pm\sqrt{5}$
③ $x=-2\pm\sqrt{5}$
④ $x=2\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $x=2$ 또는 $x=5$

해설

$(x-2)^2=5$
$x-2=\pm\sqrt{5}$
$\therefore\ x=2\pm\sqrt{5}$

4. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

해설

(완전제곱식)$= 0$ 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 풀었더니 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 가 되었다. $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

$\therefore A = 1,\ B = 7$

$\therefore A - B = -6$

6. $6x^2 - 12x + 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$6(x^2 - 2x + 1) = 0$, $6(x-1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$ (중근)

7. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② −2 ③ 1 ④ −1 ⑤ 4

해설

중근 −2를 가지므로
$(x+2)^2 = 0$에서
$x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2 를 곱하면
$2x^2 + 8x + 8 = 0$
$\therefore\ a = -8\ ,\ b = 6$
$\therefore\ a + b = -2$

8. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$x^2 - 4x + 1 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$
$(x-2)^2 = 3$
$\therefore a = -2, b = 3$
$\therefore a + b = 1$

9. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$ ③ $x = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
④ $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 - \dfrac{8}{3}x = -\dfrac{2}{3}$

양변에 $\left(-\dfrac{8}{3} \times \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$ 을 더하면

$x^2 - \dfrac{8}{3}x + \dfrac{16}{9} = -\dfrac{2}{3} + \dfrac{16}{9}$

$\left(x - \dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{10}{9}$

$x - \dfrac{4}{3} = \pm\sqrt{\dfrac{10}{9}}$

$\therefore x = \dfrac{4}{3} \pm \dfrac{\sqrt{10}}{3}$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
이므로 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$
에 대입하면 $k = 4$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

12. 이차방정식 $x^2+bx+a+1=0$ 의 근이 -4, -1 일 때, $ax^2-bx-2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 -4, -1 이므로

$(x+4)(x+1)=0$

$x^2+5x+4=0$ 이케시

$a=3,\ b=5$

$3x^2-5x-2=0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\therefore\ \alpha\beta=-\frac{2}{3}$

13. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 66 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 66$ 에서

$n^2 + n - 132 = 0$

$(n-11)(n+12) = 0$

$n = 11$ 또는 $n = -12$

n 은 자연수이므로 $n = 11$ 이다.

14. 어떤 수의 제곱에서 어떤 수를 뺀 것은 72 라고 할 때, 이것을 만족하는 수들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 수를 x라 하면

$x^2 - x = 72$

$x^2 - x - 72 = 0$

$x = 9$ 또는 $x = -8$

$\therefore\ 9 + (-8) = 1$

15. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
$x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
$\therefore\ a - b = 4 - 3 = 1$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$에 $x = 2$를 대입하면
$4 + 2a - 8 = 0$
$\therefore\ a = 2$
$x^2 + 2x - 8 = 0$
$(x + 4)(x - 2) = 0$
$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = -4$

17. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x^2 + 3x - 4 = 0$
$(x + 4)(x - 1) = 0$
$\therefore x = -4,\ x = 1$

$x^2 + x - 12 = 0$
$(x + 4)(x - 3) = 0$
$\therefore x = -4,\ x = 3$

18. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

▷ 정답: $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$a = \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4}$$
$$= \frac{(x-4)(3x-4)-1}{x-4}$$
$$= 3x - 4 - \frac{1}{x-4}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

19. $4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=Ax-3$ 의 근이 $x=\frac{2\pm\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$4\left(x^2-\frac{1}{4}\right)=Ax-3$

$4x^2-1=Ax-3$

$4x^2-Ax+2=0$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4}=2$

$\therefore A=8$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4}=\frac{2}{4}$ 이므로 $B=2$

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{8}{2}=4$

20. 이차방정식 $x^2-8x-3+a=0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\frac{D}{4}=16-(-3+a)=0$

$\therefore a=19$

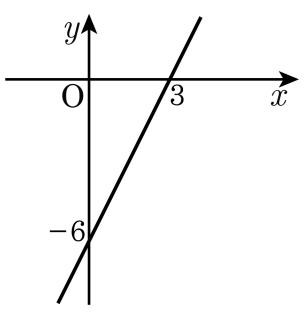
21. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$
k 에 대해서 정리하면
$(2a+1)k + a^2 - b = 0$, 이 식이 k에 관한 항등식이므로 $2a+1 = 0$, $a^2 - b = 0$
$\therefore a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{4}$
$\therefore 8ab = 8\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = -1$

22. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3,0), (0,-6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.
두 근을 각각 α, β 라 할 때,
두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2-x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=1, \alpha\beta=-1$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3$

$\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3=\alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)$

$=\left(\alpha^2+\beta^2\right)(\alpha+\beta)$

$=3\times1=3$

24. 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n-m$ 의 값을 구하여라.

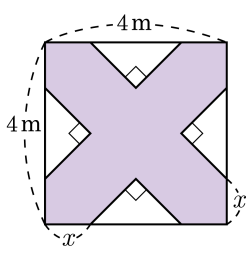
▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2+mx+n=0$ 의 두 근을 $a,\ a+2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면
$m=-2a-2,\ n=a^2+2a$
$(a+2)^2-a^2=24$
$4a+4=24, 4a=20,\ a=5$
$m=-2\times5-2=-12$
$\therefore n=25+10=35$
$\therefore\ n-m=35+12=47$

25. 한 변의 길이가 4 m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4 개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?



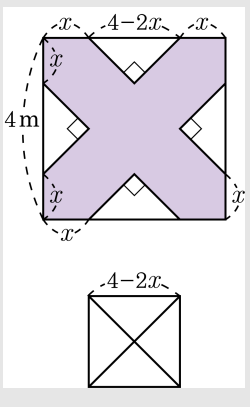
① 1 m ② $\frac{1}{2}$ m ③ $(-2+\sqrt{7})$ m
④ $\frac{3}{4}$ m ⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

빗변의 길이가 $4-2x$ 인 직각이등변삼각형 4 개를 붙이면 한 변의 길이가 $4-2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4-2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$

$16-16x+4x^2 = 4$

$x^2-4x+3 = (x-3)(x-1) = 0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=3$

$x<2$ 이므로 $x=1$ (m)