**1.** 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$을 풀면?

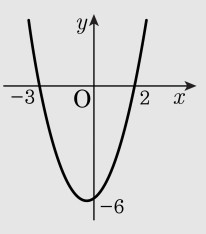
① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

해설
$x^2 + 2x - 35 < 0$에서 $(x+7)(x-5) < 0$
$\therefore -7 < x < 5$

**2.** 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2+x-6>0$을 풀면?

① $x<-3$ 또는 $x>2$　　② $x<-2$ 또는 $x>3$
③ $x<-1$ 또는 $x>4$　　④ $x<0$ 또는 $x>5$
⑤ $x<1$ 또는 $x>6$

해설



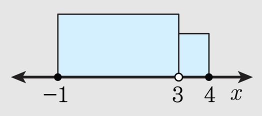

이차방정식 $x^2+x-6=0$ 에서 $(x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$
$f(x)=x^2+x-6$ 으로 놓으면 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고
이차부등식 $f(x)>0$의 해는 $x<-3$ 또는 $x>2$

**3.** 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \le 0 \end{cases}$ 의 해를 바르게 구한 것을 고르면?

① $-1 \le x < 4$
② $3 < x \le 4$
③ $-1 \le x < 3$
④ $-1 \le x < 3$ 또는 $3 < x \le 4$
⑤ 해가 없다

해설

$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : \ x \ne 3\text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \le 0 & : \ -1 \le x \le 4 \end{cases}$




$\therefore \ -1 \le x < 3$ 또는 $3 < x \le 4$

**4.** 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \le 0$이 해를 갖지 않을 때, 실수 $k$값의 범위는?

① $-1 \le k \le 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \le x \le 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$이 허근을 가져야 하므로
$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0,\ \ k(k-2) < 0$
$\therefore 0 < k < 2$

**5.** 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$에서 $(x+2)(x-2) < 0$
$\therefore -2 < x < 2 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2 - 4x < 5$에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$
$(x+1)(x-5) < 0$
$\therefore -1 < x < 5 \cdots\cdots$ ㉡
따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 $x$의 값이므로
$\therefore -1 < x < 2$

**6.** 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 $x$의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$ 이 되도록 하는 정수 $a$의 값은? (단, $a>1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a\cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$ 이므로

$\therefore a=3$

**7.** 부등식 $(x-2)(ax-1)<0$의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 $a$가 있다.
② $a=0$이면 이 부등식의 해는 $x<2$이다.
③ $a<0$이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a}<x<2$이다.
④ $a>0$이면 이 부등식의 해는 $x<2$이다.
⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 거짓이다.

해설

① $a \neq 0$일 때

$(x-2)(ax-1)=a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)$이므로

$a=\frac{1}{2}$이면 이 부등식의 해는 없다.

② $a=0$이면 이 부등식은 $-(x-2)<0$,

즉 $x-2>0$이므로 해는 $x>2$이다.

③ $a<0$이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)>0$이므로

$x<\frac{1}{a}$ 또는 $x>2$이다.

④ $a>0$이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right)<0$이므로

$a<\frac{1}{2}$일때, $2<x<\frac{1}{a}$,

$a>\frac{1}{2}$일때 $\frac{1}{a}<x<2$이다.

**8.** 이차부등식 $x^2 - |x| - 6 < 0$의 해가 $a < x < b$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하여라.

① 5　② 10　③ 13　④ 16　⑤ 18

해설

$x \geqq 0$일 때

$x^2 - x - 6 < 0$에서 $(x+2)(x-3) < 0$

$-2 < x < 3$　　$\therefore 0 \leqq x < 3$

$x < 0$일 때

$x^2 + x - 6 < 0$에서 $(x+3)(x-2) < 0$

$-3 < x < 2$　　$\therefore -3 < x < 0$

$\therefore -3 < x < 3$이므로 $a = -3,\ b = 3$

따라서 $a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18$

**9.** 부등식 $3[x]^2+[x]-10\le 0$의 해는? (단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3\le x<1$ ② $-3\le x<2$ ③ $-2\le x<1$
④ $-2\le x<2$ ⑤ $-2\le x<3$

해설

$3[x]^2+[x]-10\le 0$이므로
$([x]+2)(3[x]-5)\le 0$
$-2\le [x]\le \frac{5}{3}$
$[x]$는 정수이므로
$-2\le [x]\le 1$
$\therefore -2\le x<2$

**10.** 모든 실수 $x$에 대하여 $x^2-2mx-m \geq 0$을 만족하는 실수 $m$의 범위는 $a \leq m \leq b$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-1$

해설

$x^2-2mx-m \geq 0$이

항상 성립하려면 판별시 $D \leq 0$

$\frac{D}{4}=m^2+m \leq 0$

$m(m+1) \leq 0,\ -1 \leq m \leq 0$

$\therefore\ a+b=(-1)+0=-1$

**11.** 이차부등식 $(k-1)x^2-2(k-1)x-2>0$이 해를 가지지 않도록 실수 $k$의 값의 범위는?

① $-1<k<1$　　② $-1\le k\le 1$　　③ $-1\le k<1$

④ $-2<k<1$　　⑤ $-2\le k\le 1$

**해설**

해를 가지지 않으므로 모든 실수 $x$에 대하여
$k-1<0$이고
$(k-1)x^2-2(k-1)x-2\ge 0$이어야 한다.

i ) $k-1<0$에서 $k<1$

ii ) $(k-1)x^2-2(k-1)x-2=0$의 판별식을 $D$라고 하면

$$\frac{D}{4}=(k-1)^2+2(k-1)\le 0,\ k^2-1\le 0$$

$$(k+1)(k-1)\le 0 \quad \therefore -1\le k\le 1$$

i ), ii )의 공통 범위를 구하면 $-1\le k<1$

**12.** 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 6$

해설

$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots\cdots ㉠$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x-2)(x-3) < 0$ 전개하면

$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해

양변에 $-1$ 을 곱하면

$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$ , $b = -6$

**13.** 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 $x$대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은
$x=\frac{\alpha+1}{4},\ \frac{\beta+1}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\frac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\beta$라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$
$\therefore\ x=\frac{\alpha+1}{4},\ x=\frac{\beta+1}{4},$
$\therefore$두 근의 합은 $\frac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\frac{6+2}{4}=2$

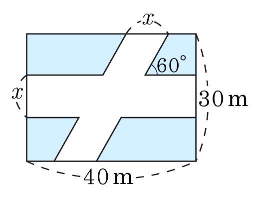
**14.** 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$ 인 직사각형의 넓이를 $35\,\text{cm}^2$ 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 $a$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $9\,\text{cm}$ ② $10\,\text{cm}$ ③ $12\,\text{cm}$ ④ $15\,\text{cm}$ ⑤ $19\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이가 $a$ 이므로 다른 한 변의 길이는 $12-a$ 이다.
$a(12-a) \geq 35$ 에서 $(a-5)(a-7) \leq 0$
$\therefore\ 5 \leq a \leq 7$
따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 $12\,\text{cm}$

**15.** 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $40\,\mathrm{m}$, $30\,\mathrm{m}$ 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 $60°$ 로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 $600\,\mathrm{m}^2$ 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?




① 4m　② 6m　③ 8m　④ 10m　⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 $S$ 라 하면

$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$

$\therefore\ x^2 - 70x + 600 \geq 0$

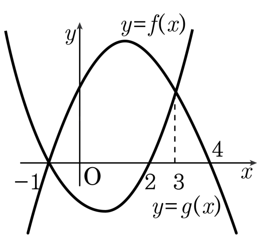
$(x-10)(x-60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는

$x \geq 60\ (0 < x < 30)$ 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$ 이므로 $10\,\mathrm{m}$ 이다.

**16.** 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) - g(x) \le 0$ 의 해를 구하면?




① $x \le -1$ ② $-1 \le x \le 2$

③ $-1 \le x \le 3$ ④ $2 \le x \le 4$

⑤ $2 \le x \le 4$

해설

$f(x) - g(x) \le 0$ 에서 $f(x) \le g(x)$ 이 부등식을 만족하는 $x$ 의 값의 범위는 $y = f(x)$ 의 그래프가 $y = g(x)$ 의 그래프와 같거나 아래쪽에 있는 부분이므로 $-1 \le x \le 3$

**17.** 부등식 $x^2-3|x|-4>0$의 해를 구하면?

① $x<-4$ 또는 $x>4$　② $x<-1$ 또는 $x>4$
③ $x<1$ 또는 $x>-4$　④ $-1<x<4$
⑤ $-1<x<3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로
(ⅰ) $x\geq 0$
$x^2-3x-4>0$
$(x+1)(x-4)>0$
$x<-1$ 또는 $x>4$
$x\geq 0$이므로 $x>4$
(ⅱ) $x<0$
$x^2+3x-4>0$
$(x-1)(x+4)>0$
$x<-4$ 또는 $x>1$
$x<0$이므로 $x<-4$
(ⅰ) (ⅱ) 로부터 $x<-4$ 또는 $x>4$

**18.** 부등식 $|x^2-5x+5| \le 1$을 만족하는 정수 $x$의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$|x^2-5x+5| \le 1$

$\Rightarrow \quad x^2-5x+5 \ge -1, \quad x^2-5x+5 \le 1$

ⅰ) $x^2-5x+5 \ge -1$

$x^2-5x+6 \ge 0$

$\Rightarrow \quad (x-2)(x-3) \ge 0$

$\Rightarrow \quad x \le 2$ 또는 $x \ge 3$

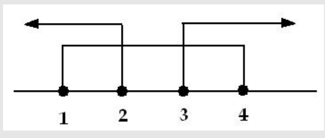
ⅱ) $x^2-5x+5 \le 1$

$x^2-5x+4 \le 0$

$\Rightarrow \quad (x-1)(x-4) \le 0$

$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 4$

공통부분을 구하면,




$\Rightarrow \quad 1 \le x \le 2$ 또는 $3 \le x \le 4$

$\therefore \quad x = 1, 2, 3, 4$

**19.** 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, $a$의 값을 구하여라.(단, $a$는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: $-8$

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

**20.** 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 $a$ 의 범위를 구하면?

① $a > 0$　② $-\frac{1}{4} < a < 0$　③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$
④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$　⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$2x - a = x^2 - 4ax + 1$

$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$

$D < 0 :\ (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$

$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$

$\therefore\ -\frac{3}{4} < a < 0$