

1. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60

② 61

③ 120

④ 181

⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

2. $-\frac{1}{2} + \frac{4}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ 를 계산하면?

① $\frac{7}{12}$

② $-\frac{7}{12}$

③ $\frac{5}{12}$

④ $-\frac{5}{12}$

⑤ $\frac{11}{12}$

해설

$$-\frac{6}{12} + \frac{16}{12} - \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{11}{12}$$

3. 다음 중 곱셈의 교환법칙이 사용된 곳은?

$$\begin{aligned}
 & \left(+\frac{3}{5}\right) \times (-0.21) \times \left(+\frac{5}{3}\right) \\
 &= (-0.21) \times \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{5}{3}\right) \quad \text{㉠} \\
 &= (-0.21) \times \left\{ \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{5}{3}\right) \right\} \quad \text{㉡} \\
 &= (-0.21) \times 1 \quad \text{㉢} \\
 &= -0.21 \quad \text{㉣} \\
 &= -\frac{21}{100} \quad \text{㉤}
 \end{aligned}$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

교환법칙 : $a \times b = b \times a$

㉠ $\left(+\frac{3}{5}\right)$ 과 (-0.21) 가 자리바꿈

4. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

5. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

6. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

7. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

8. 부호가 다른 두 유리수 a, b 를 수직선 위에 나타냈을 때, 두 점 사이의 거리를 모두 골라라.

① $|a| - |b|$

② $|a| + |b|$

③ $|a + b|$

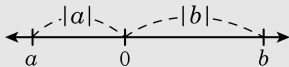
④ $|b - a|$

⑤ $\frac{|b - a|}{2}$

해설

부호와 상관없이 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|a - b|$ 또는 $|b - a|$ 이다.

$a < b$ 라고 하면



$\therefore a, b$ 두 수 사이의 거리는 $|a| + |b|$ 이다.

9. $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 의 값은?

① $\frac{49}{2}$

② $-\frac{1}{49}$

③ $\frac{1}{49}$

④ $-\frac{1}{50}$

⑤ $\frac{1}{50}$

해설

$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 에서

각 수의 분모와 바로 뒤에 곱해진 수의 분자가 같으므로 서로 약분된다. 이러한 방식으로 계속 약분하면 맨 앞의 수의 분자와 맨 뒤의 수의 분모만 남게 되므로 $\frac{1}{50}$ 만 남는다. 또한 음수가 49 번 곱해졌으므로 곱해진 결과는 음수이다.

따라서 계산한 결과는 $-\frac{1}{50}$ 이다.

10. 철수는 (보기)의 네 개의 유리수 중에서 어느 세 수를 골라 서로 곱하여 최댓값을 찾으려고 한다. 철수가 구한 최댓값은?

보기

$$-3, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, +2$$

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 9

해설

곱해서 가장 큰 수는 $(-3) \times (+2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$

11. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은? (단, $x > 0$, $y < 0$)

㉠ $x \times y + y$

㉡ $x \times x \times y$

㉢ $-3 \times x \times y$

㉣ $(-3) \times x \times x \times y \times y$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ 알 수 없다.

해설

㉠ $xy + y \Rightarrow xy < 0, y < 0$ 이므로 $xy + y < 0$

㉡ $x^2y \Rightarrow x^2 > 0, y < 0$ 이므로 $x^2y < 0$

㉢ $-3xy \Rightarrow -3 < 0, x > 0, y < 0$ 이므로 $-3xy > 0$

㉣ $(-3)x^2y^2 \Rightarrow -3 < 0, x^2 > 0, y^2 > 0$ 이므로 $-3x^2y^2 < 0$

12. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

① 144

② 216

③ 72

④ 96

⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 3$

⑤ 2×7^2

13. 가로 길이가 60cm, 세로 길이가 50cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 남는 부분 없이 되도록 큰 타일을 붙이려면 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▷ 정답: 30장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 60 과 50 의 최대공약수이므로

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5, 50 = 2 \times 5^2$$

최대공약수는 $2 \times 5 = 10$

따라서 필요한 타일의 개수는

$$(60 \div 10) \times (50 \div 10) = 30 \text{ (장)}$$

14. 가로 길이가 90 m, 세로 길이가 180 m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72 m, 세로 길이가 108 m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20 m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.



답 :

그루



정답 : 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

$$\text{농장 : 가로 } 90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 180 = 18 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$$

$$\text{목장 : 가로 } 72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$$

$$\text{세로 } 108 = 18 \text{ (m)} \times 6 \text{ (그루)}$$

$\therefore$ 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무는

$$\{(5 + 10) \times 2\} + \{(4 + 6) \times 2\} = 50 \text{ (그루)}$$

15. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 90$$

16. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 2^3 \times 3 \times a = 96$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times a$$

$$a = 96 \div 8 \div 3 = 4$$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 16$ 이다.

17. 다음을 계산하여라.

$$(+5) + (-12) + (-5)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$$\begin{aligned} & (+5) + (-12) + (-5) \\ & = (-12) + \{(+5) + (-5)\} \\ & = (-12) + 0 \\ & = -12 \end{aligned}$$

교환법칙
결합법칙

18. $1.1 + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} - \square - \frac{5}{2} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} + 0.1$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\frac{12}{10} - \square - \frac{23}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\begin{aligned} -\square &= \frac{9}{10} - \frac{12}{10} + \frac{23}{10} \\ &= \frac{20}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore \square = -2$$

19. 90보다 작은 자연수 x 에 대하여, x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수는 $17k + k = 18k$ 로 쓸 수 있다.

따라서 90보다 작은 수 중 18의 배수가 되는 수는 18, 36, 54, 72이다.

$$\therefore n(B) = 4$$

20. $2^a = 32$, $5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$, $5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

21. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ 이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4 + 1) \times (1 + 1) = 10$ 이다.

22. 두 정수 a, b 에 대하여 $a * b$ 를 다음과 같이 정의할 때, $a(a * b) = 4$ 이다. 이를 만족하는 ab 의 최댓값을 구하여라.

$$a * b = a - b(a > b)$$

$$b(a = b)$$

$$-a + b(a < b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a > b$ 일 때, $a = b$ 일 때, $a < b$ 일 때로 나누어 $a(a * b)$ 를 구해보면,

(1) $a > b$ 이면, $a(a * b) = a(a - b) = 4$, $(a, b) = (4, 3), (1, -3)$

(2) $a = b$ 이면, $a(a * b) = b = 4$, $(a, b) = (4, 4)$

(3) $a < b$ 이면, $a(a * b) = a(-a + b) = 4$, $(a, b) = (4, 5), (1, 5)$

$\therefore (ab \text{의 최댓값}) = 20$

23. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

아래에서부터 차례로 간단히 하면

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

24. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에서 a 와 b 는 90 의 약수들이라 할 때, $\left[\frac{a}{b} - 2\right] = 0$ 을 만족하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

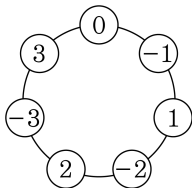
▷ 정답 : $b = 2$

해설

$\left[\frac{a}{b} - 2\right] = 0$ 이므로, $2 \leq \frac{a}{b} < 3$ 이다.

90 의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90 이므로,
위 조건을 만족하는 a, b 의 값은 $a = 5, b = 2$ 일 때이다.

25. 다음 그림과 같은 판의 양의 정수 위에 말을 떨어뜨리면 시계 방향으로 2 칸, 음의 정수 위에 말을 떨어뜨리면 시계 방향으로 1 칸 이동하고, 0에 말을 떨어뜨리면 시계 반대 방향으로 3 칸 이동한다. 최초에 말을 0이 있는 칸에 놓으면, 2009번째 이동한 후에 말이 있는 위치는 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최초에 말이 0에 놓여 있으므로 말의 이동은,

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow -1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \dots$

따라서 말은 처음에 0이 나오고, 두번째부터 2, 3, -1, 1이 계속 반복되므로 $2008 \div 4 = 502$ 이다.

결국 2009번째 나오는 수는 1이다.