

1. 유리수 $\frac{35}{200a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라. (단, a 는 두 자리 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{35}{200a} = \frac{7}{2^3 \times 5a}$$

분모가 2 또는 5 의 곱으로 이루어져 있으면 유한소수로 나타낼 수 있으므로 $a = 10$ 이다.

2. 유리수 $\frac{2213}{999}$ 를 소수로 나타내면 $2.\dot{2}1\dot{5}$ 이다. 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 9

해설

$2.\dot{2}1\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 1이다.

3. 다음 중 옳은 것은? (단, $x \neq 0$)

① $x^5 \div x^5 = 0$

② $x^2 \times x^3 \times x^4 = x^8$

③ $(x^3y^2)^4 = x^{12}y^6$

④ $\left(\frac{2}{yx^4}\right)^3 = y\frac{6}{x^4}$

⑤ $(x^4)^2 \times (x^3)^2 = x^{15}$

해설

① 1 ② x^9 ③ $x^{12}y^8$ ⑤ x^{14}

4. $\frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{a-b}{35}$
④ $\frac{3a-b}{35}$

② $\frac{a-2b}{35}$
⑤ $\frac{b-a}{35}$

③ $\frac{a-3b}{35}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4a-3b}{5} - \frac{5a-4b}{7} \\ & \frac{7(4a-3b)}{35} - \frac{5(5a-4b)}{35} \\ & = \frac{28a-21b-25a+20b}{35} \\ & = \frac{3a-b}{35} \end{aligned}$$

5. $(2x - 3y + 2)(x + 3y - 2)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

① -6

② -3

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$(2x - 3y + 2)(x + 3y - 2)$ 에서 $3y - 2 = A$ 라 하면

$(2x - A)(x + A)$

$= 2x^2 + Ax - A^2$

$= 2x^2 + (3y - 2)x - (3y - 2)^2$ 이다.

위 식에서 xy 항이 나오는 경우는

$3y \times x = 3xy$

따라서, xy 의 계수는 3 이다.

6. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$\begin{aligned} & (15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y \\ &= 5x + 3y + 5y - x \\ &= 4x + 8y \end{aligned}$$

7. $(-24xy^2) \div 12xy \times \square = -8x^2y$ 이다. 이 때 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-4x^2$ ② $4x^2$ ③ $-4xy$ ④ $4xy$ ⑤ $-6x$

해설

$$\frac{-24xy^2}{12xy} \times \square = -8x^2y \text{ 에서}$$

$$-2y \times \square = -8x^2y$$

$$\square = \frac{-8x^2y}{-2y}$$

$$\therefore \square = 4x^2$$

8. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 $2a$, $3a$ 인 직육면체의 부피가 $12a^3 - 24a^2b$ 라고 할 때, 높이는?

① $a - 2b$

② $a - 4b$

③ $2a - 2b$

④ $2a - 4b$

⑤ $2a - 24b$

해설

직육면체의 높이 : h

직육면체의 부피 : $2a \times 3a \times h = 12a^3 - 24a^2b$

$$\therefore h = \frac{12a^3 - 24a^2b}{6a^2} = 2a - 4b$$

9. $abc = -1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a-1} + \frac{b}{bc+b+1} - \frac{c}{ca-c-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a}{ab+a-1} + \frac{b}{bc+b+1} - \frac{c}{ca-c-1} \\ &= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{a(bc+b+1)} - \frac{abc}{ab(ca-c-1)} \\ &= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{abc+ab+a} - \frac{-1}{a^2bc-abc-ab} \\ &= \frac{a}{ab+a-1} + \frac{ab}{-1+ab+a} - \frac{1}{a-1+ab} \\ &= \frac{a+ab-1}{ab+a-1} = 1 \end{aligned}$$

10. $y = 4x - 3$ 일 때, $-4x^2 + 2xy - y$ 을 x 에 관한 식으로 나타낼 때, $Ax^2 + Bx + C$ 이면 $A + B + C$ 의 값은?

① -11

② -3

③ 3

④ 11

⑤ 13

해설

$y = 4x - 3$ 을 식 $-4x^2 + 2xy - y$ 에 대입하면

$$-4x^2 + 2x(4x - 3) - 4x + 3$$

$$= -4x^2 + 8x^2 - 6x - 4x + 3$$

$$= 4x^2 - 10x + 3$$

$$\therefore A + B + C = 4 + (-10) + 3 = -3$$

11. x, y 가 자연수일 때, $3x + y = 19$ 를 만족하는 x, y 순서쌍의 개수를 구하면?(단, $x > y$)

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

자연수 x, y 에 대하여 $3x + y = 19$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1, 16), (2, 13), (3, 10), (4, 7), (5, 4), (6, 1)$ 이고 이 중 x 의 값이 더 큰 것은 2개이다.

12. $2x + 2y = 2$, $2x - 4y = -2$ 일 때, $3(x^2 - xy + y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 식을 연립하여 풀면 $y = \frac{2}{3}$, $x = \frac{1}{3}$ 이고, 주어진 식에 대입하면

$$3(x^2 - xy + y^2) = 3\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9}\right) = 3 \times \frac{3}{9} = 1$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 2x = 5y - 1 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x - y = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 에서 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하여 x 를
소거하면 $y = a$ 이다. 이때 a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $(5y - 1) - y = 7$
 $4y = 8, y = 2$
 $\therefore a = 2$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값과 y 의 값의 차가 5 일 때, 상수 m 의 값은? (단, $x > y$)

① -12 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

$x - y = 5$ 이므로 $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$ 을 연립하면 $x = 3, y = -2$,
위에서 구한 해를 $2x - 3y = m$ 에 대입하면, $6 + 6 = m$,
 $\therefore m = 12$

15. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - 2y = a \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6y - 2 \\ bx + 2y = 14 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$x = 6y - 2$ 를 $2x + y = 9$ 에 대입하여 풀면 $y = 1$, $x = 4$ 가 나온다.

나머지 두식에 대입하면

$$4 - 2 = a \quad \therefore a = 2$$

$$4b + 2 = 14 \quad \therefore b = 3$$

따라서 $ab = 6$ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} 5x + 3y = 20 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 3 \end{cases}$ 의 해가 (a, b) 일 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① 0 ② 10 ③ -10 ④ 20 ⑤ -100

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 20 \cdots \textcircled{A} \\ 5x + 2y = 30 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면 $y = b = -10$, $x = a = 10$ 이므로

$ab = xy = -100$ 이다.

17. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = 2(1 - y) \\ ax - 6y = b \end{cases}$ 의 해가 없을 조건을 구하여라.

① $a = -18, b \neq -12$

② $a = -16, b \neq -10$

③ $a = -14, b \neq -8$

④ $a = -12, b \neq -6$

⑤ $a = -10, b \neq -4$

해설

$$\begin{cases} 3x - y = 2(1 - y) \\ ax - 6y = b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 2 \\ ax - 6y = b \end{cases} \text{ 가 해가 없기 위한 조}$$

건은 $\frac{3}{a} = \frac{1}{-6} \neq \frac{2}{b}$ 이다.

$$\therefore a = -18, b \neq -12$$

18. 1 권에 500 원 하는 공책과 1 권에 600 원 하는 공책을 합하여 15 권을 8200 원에 샀다. 1 권에 500 원 하는 책은 1 권에 600 원 하는 책보다 몇 권 더 많은가?

① 1 권 ② 2 권 ③ 3 권 ④ 4 권 ⑤ 5 권

해설

500 원 하는 공책 x 권, 600 원 하는 공책 y 권을 샀다고 하면

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 500x + 600y = 8200 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 8$, $y = 7$ 이다.

$\therefore 8 - 7 = 1$ (권)

19. 어떤 농장에서 돼지 x 마리와 닭 y 마리를 합하여 총 20 마리를 사육하고 있다. 돼지의 다리와 닭의 다리 수를 합하면 모두 58 개일 때, x , y 에 관한 연립방정식으로 나타내면?

①
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 58 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} x - y = 20 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} x - y = 20 \\ 4x - 2y = 58 \end{cases}$$

해설

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$$

20. 7% 의 소금물과 10% 의 소금물을 섞어서 9% 의 소금물 300g 을 만들려고 한다. 10% 의 소금물은 몇 g 이 필요한가?

- ① 100g ② 200g ③ 300g ④ 400g ⑤ 500g

해설

7% 의 소금물의 양을 x g, 10% 소금물의 양을 y g 이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 300 & \cdots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{100}x + \frac{10}{100}y = \frac{9}{100} \times 300 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2) 의 양변에 100 을 곱하여 이 식을 정리하면 $7x + 10y = 2700 \cdots (3)$

(3) - (1) $\times 7$ 하면 $3y = 600$

$\therefore y = 200$

21. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

㉠ $\frac{11}{120}$	㉡ $\frac{5}{2 \times 5^2}$	㉢ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$
㉤ $\frac{3}{8}$	㉥ $-\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $\frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}$, ㉢ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$

이므로 유한소수가 아니다.

22. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\dot{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

23. $\frac{8}{45}, \frac{14}{45}$ 를 각각 소수로 나타내면 $a - 0.\dot{2}, b + 0.\dot{1}$ 이다. $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{8}{45} = a - 0.\dot{2}, \frac{14}{45} = b + 0.\dot{1}$$

$$a = \frac{8}{45} + \frac{2}{9} = \frac{18}{45}, b = \frac{14}{45} - \frac{1}{9} = \frac{9}{45}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{18}{9} = 2$$

24. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15

해설

$$(x^2)^a \div (-x)^2 = x^{2a} \div x^2 = x^4$$
$$2a - 2 = 4$$
$$\therefore a = 3$$
$$y^3 \div (y^b)^2 = y^3 \div y^{2b} = \frac{1}{y} = y^{-1}, \quad 3 - 2b = -1$$
$$\therefore b = 2$$
$$(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = z^{10} \div z^2 \div (-z^{3c}) = -\frac{1}{z^4} = -z^{-4}$$
$$10 - 2 - 3c = -4$$
$$\therefore c = 4$$
$$a = 3, \quad b = 2, \quad c = 4$$
$$\therefore a + b + c = 9$$

25. 다음 등식에 성립할 때, 안에 들어가는 수들의 합을 구하여라.

$$\left(\frac{3y^{\square}z^3}{x^2}\right)^{\square}=\frac{9y^8z^{\square}}{x^{\square}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\left(\frac{3y^4z^3}{x^2}\right)^2=\frac{9x^8z^6}{x^4}$$
$$\therefore 4+2+6+4=16$$

26. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13 자리의 자연수이다.

27. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$\therefore m + n = 10$

28. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$(\text{준식}) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20$$

29. 두 순서쌍 $(2, a)$, $(-2, b)$ 가 일차방정식 $2x + y = 5$ 의 해일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$2x + y = 5$ 에 $(2, a)$ 을 대입하면 $4 + a = 5 \therefore a = 1$

$2x + y = 5$ 에 $(-2, b)$ 을 대입하면 $2 \times (-2) + b = 5$

$\therefore b = 9$

$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$

30. 5%의 소금물과 8%의 소금물을 섞어서 7%의 소금물 600g을 만들었다. 이때, 5% 소금물을 양을 x , 8% 소금물의 양을 y 로 놓고 연립방정식을 세우면?

- ① $\begin{cases} x+y=600 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100} \end{cases}$
- ② $\begin{cases} 5x+8y=7 \\ \frac{x}{100}+\frac{y}{100}=600 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} x+y=600 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600\times\frac{7}{100} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} 5x+8y=7 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600\times\frac{7}{100} \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} x+y=\frac{7}{100} \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600 \end{cases}$

해설

(소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$ 이므로
 $\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \times \frac{7}{100}$ 와 같은식이 나온다.

31. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+py=1 \end{cases}$ 을 만족하는 해가 $x=q, y=-2$ 일 때,
 $p-q$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x-2y=1$ 에 $y=-2$ 를 대입, $x=-3=q$
 $3x+py=1$ 에 $x=-3, y=-2$ 를 대입하면 $-9-2p=1$,
 $p=-5$
 $\therefore p-q=-5+3=-2$

32. 연립방정식 $\frac{x-3}{2} = \frac{3(2y+x)-2}{6} = 12$ 를 만족하는 y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{6}$

해설

$$\frac{x-3}{2} = 12$$

$$x-3 = 24$$

$$x = 27$$

$$\frac{3(2y+x)-2}{6} = 12$$

$$3(2y+x)-2 = 72$$

$$6y+3x = 74$$

$$6y+3x = 74 \text{ 에 } x = 27 \text{ 을 대입하면}$$

$$6y+81 = 74$$

$$6y = -7$$

$$\therefore y = -\frac{7}{6}$$

33. 등산을 하는데, 올라갈 때는 시속 3km 로 걷고, 내려올 때에는 4km 가 더 먼 길을 시속 5km 로 걸었다. 올라가고 내려오는 데 모두 6 시간이 걸렸다면 올라갈 때 걸은 거리는?

① $\frac{39}{4}$ km

② $\frac{60}{7}$ km

③ $\frac{55}{4}$ km

④ $\frac{88}{7}$ km

⑤ $\frac{33}{4}$ km

해설

올라갈 때 걸은 거리를 x km, 내려올 때 걸은 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} y = x + 4 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 6 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 의 양변에 15를 곱하면 $5x + 3y = 90$, $\textcircled{1}$ 을 $5x + 3y = 90$ 에 대입하면 $5x + 3(x + 4) = 90$

$$8x = 78$$

$$\therefore x = \frac{39}{4}, y = \frac{55}{4}$$

$$\therefore \text{올라갈 때 걸은 거리 } \frac{39}{4}\text{km, 내려올 때 걸은 거리 } \frac{55}{4}\text{km}$$