

1. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a , b , c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$\vdots$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

2. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

3. 'x는 -2 초과이고 3 이하이다.' 를 기호로 나타낼 때 옳은 것은?

① $-2 \leq x \leq 3$

② $-2 \leq x < 3$

③ $-2 < x \leq 3$

④ $-2 < x < 3$

⑤ $-2 > x \geq 3$

해설

초과에는 등호가 빠지고 이하에는 등호가 들어간다.

4. 다음은 어느 날 각 지역별 기온을 기록한 것이다. 일교차가 가장 큰 지역은?

지역	서울	대전	대구	부산	인천
최고기온(°C)	7	10	11	14	6
최저기온(°C)	-8	-1	1	3	-6

- ① 서울 ② 대전 ③ 대구 ④ 부산 ⑤ 인천

해설

각 지역의 일교차를 구해보면

서울 : $(+7) - (-8) = 15(^{\circ}\text{C})$, 대전 : $(+10) - (-1) = 11(^{\circ}\text{C})$,
대구 : $(+11) - (+1) = 10(^{\circ}\text{C})$, 부산 : $14 - 3 = 11(^{\circ}\text{C})$, 인천
: $(+6) - (-6) = 12(^{\circ}\text{C})$ 이다.

따라서 이날 일교차가 가장 큰 지역은 서울이다.

5. $-\frac{3}{4}$ 보다 $-\frac{2}{3}$ 만큼 작은 수는?

① $-\frac{17}{12}$

② $\frac{1}{12}$

③ $-\frac{1}{12}$

④ $\frac{17}{12}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$-\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-9 + 8}{12} = -\frac{1}{12}$$

6. 분배법칙을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$(-2.8) \times (-14) + (-2.8) \times (+19)$$

① 12

② 12.5

③ 13

④ 13.5

⑤ -14

해설

$$\begin{aligned} & (-2.8) \times (-14) + (-2.8) \times (+19) \\ &= (-2.8) \times \{(-14) + (+19)\} \\ &= (-2.8) \times (+5) = -14 \end{aligned}$$

7. $\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2$ 을 계산하면?

① -4

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 4

해설

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \div \frac{1}{9} = \left(-\frac{4}{9}\right) \times 9 = -4$$

8. 다음 계산 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{9}$

② $\left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$

③ $(-12) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(-25) \div \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-2)^2 = 40$

⑤ $(-4)^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) \div (-3)^2 = -\frac{2}{9}$

해설

③ $(-12) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times 4 = 8$

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

10. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

11. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수의 개수는?

① 17 개

② 33 개

③ 50 개

④ 67 개

⑤ 84 개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6 과 서로소인 수는 2 의 배수도 3 의 배수도 아닌 수이다.

100 이하의 자연수 중 2 의 배수는 50 개, 3 의 배수는 33 개, 6 의 배수는 16 개이므로

2 또는 3 의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)

따라서 6 과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개) 이다.

12. 세 자연수 72, A, 84 의 최대공약수가 6 일 때, 다음 중 A 의 값이 될 수 없는 것은?

① 6

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 42

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 72 \quad A \quad 84} \\ \underline{12 \quad a \quad 14} \end{array}$$

$A = 6 \times a$ (단, a 는 1 또는 소수이다.)

① $6 = 6 \times 1(\bigcirc)$

② $18 = 6 \times 3(\bigcirc)$

③ $24 = 6 \times 4(\times)$

④ $30 = 6 \times 5(\bigcirc)$

⑤ $42 = 6 \times 7(\bigcirc)$

13. 가로 길이 720cm, 세로 길이 $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140 개

② 160 개

③ 180 개

④ 200 개

⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는

$$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140 \text{ (개) 이다.}$$

14. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 2 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $54 - 2 = 52$, $19 + 3 = 22$ 의 최대공약수 2 (명)

15. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^3 \times 5^2 \times 7$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$$2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 5 \times 7$$

$$\text{최소공배수: } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

16. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

17. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는?

① 28

② 21

③ 12

④ 4

⑤ 14

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) \quad a \quad 21} \\ \quad b \quad 3 \end{array} \quad (b \text{와 } 3 \text{은 서로소})$$

a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로

$$7 \times b \times 3 = 84$$

$$21b = 84$$

$$b = 4$$

$$\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$$

18. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

19. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

20. 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수가 있다. 두 수 중 수직선의 왼쪽에 있는 수에서 오른쪽에 있는 수를 뺀 값이 -5 일 때, 두 수 사이의 정수 중 가장 큰 정수에서 가장 작은 정수를 뺀 값을 구하여라.

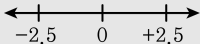
▶ 답 :

▷ 정답 : 4 또는 $+4$

해설

두 수가 5 만큼 떨어져 있으므로 원점으로부터 2.5 만큼씩 떨어져 있다.

이 두수를 수직선에 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 수 사이의 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이다.

$$\therefore 2 - (-2) = 4$$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

22. 다음 표는 음표와 박자 수를 나타낸 것이다. 다음 악보에서 한 마디의 총 박자 수를 구하여라.



이름	기호	박자수
2분음표		2
4분음표		1
점 8분음표		$\frac{3}{4}$
8분음표		$\frac{1}{2}$
16분음표		$\frac{1}{4}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{총 박자 수}) &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + \frac{1}{4} \\
 &= \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} + (1 + 2) \\
 &= 1 + \frac{1}{2} + 3 \\
 &= 4 + \frac{1}{2} \\
 &= \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

23. 어떤 수 N 을 8 로 나누었을 때 몫이 k 이고 나머지가 $k-1$ 인 두 자릿수 N 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

$$N = 8k + (k - 1) = 9k - 1 \text{ 이고,}$$

$k - 1 < 8$ 이므로 k 의 최댓값은 8 이다.

$$\therefore \text{두 자릿수 } N \text{ 중 가장 큰 수} = 9 \times 8 - 1 = 71$$

24. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{ 의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{ 의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$

25. 두 정수 x, y 에 대하여 $x\Delta y = (1-x)(1-y) - xy$ 로 정의한다. $(x\Delta y)\Delta z + (y\Delta z)\Delta x + (z\Delta x)\Delta y = -2$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}x\Delta y &= (1-x)(1-y) - xy = 1 - x - y \\(x\Delta y)\Delta z + (y\Delta z)\Delta x + (z\Delta x)\Delta y &= (1-x-y)\Delta z + (1-y-z)\Delta x + (1-z-x)\Delta y \\&= (1 - (1-x-y) - z) + (1 - (1-y-z) - x) + (1 - (1-z-x) - y) \\&= x + y + z \\\therefore x + y + z &= -2\end{aligned}$$