

1. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

2. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 (3, 6) 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6, \quad 21 - 3a = 6 \\ \therefore a = 5$$

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ~~(가)~~ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ~~(나)~~ 대칭축은 y 축이다.
- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.
- ~~(라)~~ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

- ①

~~(가)~~, ~~(나)~~
- ②

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(다)~~
- ③

~~(나)~~, ~~(다)~~
- ④

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(라)~~
- ⑤

~~(다)~~, ~~(라)~~

해설

- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$
- ~~(라)~~ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (3, 0)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, 7)

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + a, a = 7$$

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 7$, 꼭짓점 (0, 7) 이다.

5. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = a(x - 1)^2 + 5$$

점 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

6. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, \frac{2}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 13

④ 14

⑤ 16

해설

$$(\text{두 근의 합}) = -\frac{a}{3} = -3 + \frac{2}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a = 7$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{b}{3} = (-3) \times \left(\frac{2}{3}\right) = -2$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a - b = 7 - (-6) = 13$$

7. 연속하는 두 자연수의 각각의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 자연수의 합은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 두 자연수를 x , $x + 1$ 라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x - 7)(x + 8) = 0$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

따라서 두 자연수는 7, 8 이므로 $7 + 8 = 15$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(-1, -2)$ 를 지난다. 이 때, q 의 값은?

① 5 ② -5 ③ 6 ④ -6 ⑤ 7

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = -2(x+3)^2 + q$ 이다.
점 $(-1, -2)$ 를 지나므로 대입하면 $-2 = -2(-1+3)^2 + q$,
 $-2 = -8 + q$ 이다.
 $\therefore q = 6$ 이다.

9. $y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 방정식은?

① $y = -x^2 + 4x - 4$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = -x^2 - 4x - 4$

④ $y = -x^2 - 4x + 4$

⑤ $y = x^2 + 4x - 4$

해설

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y = -(x-2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동시키면 $y = -(-x-2)^2$
 $= -(x^2 + 4x + 4)$
 $= -x^2 - 4x - 4$

10. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 y 의 값의 범위가 $y \leq 2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2 \\ k + 2 &= 2 \\ \therefore k &= 0 \end{aligned}$$

11. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면

④ 제 1, 3, 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

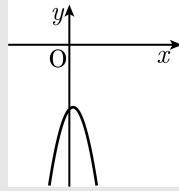
해설

$$y = -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그러 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



12. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m , $y = -x^2 - 6x - 5$ 의 최댓값을 M 이라 했을 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x - 5 \\ &= (x + 3)^2 - 14 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $m = -14$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 5 \\ &= -(x + 3)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $M = 4$

$$\therefore M + m = 4 + (-14) = -10$$

13. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

14. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100

② 121

③ 144

④ 169

⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

16. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.

17. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5 + \sqrt{3}}{2}, \frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q, 2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5 + \sqrt{3}}{2} + \frac{5 - \sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5 + \sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5 - \sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1, 2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x - 1)(x + 9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$

18. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4
- ② 8
- ③ -8
- ④ 12
- ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

19. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

20. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠

꼭짓점이 x 축 위에 있다.
- ㉡

축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ㉢

점 $(6, -2)$ 를 지난다.

- ①

$y = -2(x - 4)^2$
- ②

$y = 2(x - 4)^2$
- ③

$y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$
- ④

$y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$
- ⑤

$y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

21. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a , b , c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

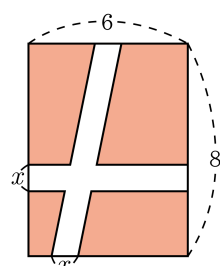
▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서
 $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1$, $b=1$, $c=1$
즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$
이 모두 중근을 가지므로
 $D=q^2-4p=0$, $q^2=4p \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $D=(p+1)^2-q^2=0$, $p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{\text{B}}$
 $D=q^2-pr=0$, $q^2=pr \cdots \textcircled{\text{C}}$
 $\textcircled{\text{A}}$ 과 $\textcircled{\text{C}}$ 에 의하여
 $p^2+2p+1-4p=0$, $(p-1)^2=0$
 $\therefore p=1$, $q=\pm 2$, $r=4$
 $\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$

22. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 1$ 이다.

23. x 축 위의 두 점 A(5, 0), B(-3, 0)과 이차함수 $y = a(x+1)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -12$ 와의 두 교점 C, D를 연결한 사각형은 평행사변형일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$$

점 C와 D는 직선 $x = -1$ 을 중심으로 좌우대칭이므로 B(-5, -12), C(3, -12)

점 C와 점 D는 $y = a(x+1)^2$ 위의 점이므로

$$-12 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

24. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든 k 의 값의 합을 구하여라. (단, $0 < k < \sqrt{10}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x - k)^2 - 10$$

$$\therefore A(k, -10), B(0, k^2 - 10)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0 \text{ 에서 } x = k \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore C(k - \sqrt{10}, 0), D(k + \sqrt{10}, 0)$$

원점을 O 라 하면 $k > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OBC + \triangle ABO + \triangle AOD \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42 \end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $-\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$

따라서 k 의 모든 값의 합은 $\sqrt{10}$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나고
최솟값이 -3 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

▷ 정답 : $b = \frac{2}{3}$

▷ 정답 : $c = -\frac{8}{3}$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 각각 지나므로

$$16a - 4b + c = 0$$

$$4a + 2b + c = 0$$

$$\therefore b = 2a, c = -8a$$

또 주어진 함수의 최솟값이 -3 이므로

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= ax^2 + 2ax - 8a$$

$$= a(x + 1)^2 - 9a$$

$$\therefore -9a = -3$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{8}{3}$ 이다.