1. 이차방정식 $x^2+6x-5+2k=0$이 서로 다른 두 근을 가질 때, k 의 값이 될 수 없는 것은?

① -10 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 8

해설

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 서로 다른 두 개의 근을 가지면
판별식 $D=b^2-4ac>0$
주어진 방정식의 $D=6^2-4(-5+2k)>0$
$-8k>-56$
$\therefore\ k<7$
주어진 값들 중 $8>7$ 이므로 적당하지 않다.

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2,\ a)$를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$의 값은?

① 0　② 5　③ 10　④ 15　⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2,\ a)$를 지나므로,
$a = 5 \times 2^2 = 20$
(2) $y = 5x^2$ 과 x축에 대칭인 그래프는
$y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

3. 다음 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-9$ 의 그래프는 제 몇사분면을 지나지 <u>않는가</u>?

① 1　　② 2

③ 3　　④ 4

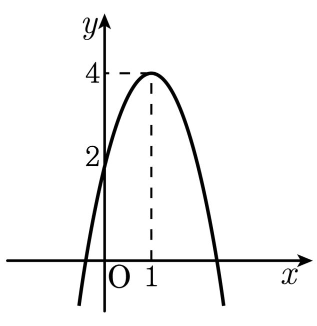
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-9$ 의 그래프는

꼭짓점은 $(-2,-9)$ 이고, y 절편은 -7 인 아래로 볼록한 그래프이므로 모든 사분면을 지난다.

4. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1,\ 4)$ 이므로,
$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
$\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

5. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

해설

$y = -x^2 + 6x + 5$
$= -(x-3)^2 + 14 \therefore M = 14$
$y = 2x^2 - 12x - 4$
$= 2(x-3)^2 - 22 \therefore m = -22$
$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② 5 ③ -13 ④ -17 ⑤ 20

해설

두 근의 합 $-a = -2 + 5 \therefore\ a = -3$

두 근의 곱 $b = (-2) \times 5 = -10$

$\therefore\ a + b = -3 - 10 = -13$

7. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 2

② $x = -1$ 또는 -2

③ $x = 1$ 또는 -3

④ $x = -1$ 또는 -3

⑤ $x = \dfrac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\dfrac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면
$9 + 6a + 3a = 0$
$\therefore a = -1$
따라서 이차방정식은
$x^2 - 3x + 2 = 0, \ (x - 2)(x - 1) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

9. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4,\ 3)$ 을 지났다. b 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y=\frac{1}{2}x^2+b$ 에 $(4,\ 3)$을 대입하면

$3=\frac{1}{2}\times 4^2+b$

$\therefore\ b=3-\frac{16}{2}=-5$

10. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p , q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,
$x^2 - 4x - 5 = 0$, $(x + 1)(x - 5) = 0$
$\therefore x = -1,\ 5$
y 절편이 -5 이므로 $r = -5$
$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$

11. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore\ m = 2$

12. 다음 함수의 그래프 중에서 제2 사분면을 지나지 <u>않는</u> 것은?

① $y=-3x^2+1$ ② $y=-(x-1)^2$
③ $y=-2(x+2)^2+1$ ④ $y=2(x-1)^2+2$
⑤ $y=-3(x+3)^2+4$

해설
② $y=-(x-1)^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$ 이고, 위로 볼록이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.

13. 이차함수 $y=-x^2+ax+b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1,0),(-4,0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{3},\frac{5}{4}\right)$ ③ $\left(-5,\frac{9}{4}\right)$
④ $(-2,3)$ ⑤ $\left(-\frac{5}{2},\frac{9}{4}\right)$

해설

$y=-x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1,\ -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
$y=-(x+1)(x+4)$
$y=-(x^2+5x+4)=-\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2},\frac{9}{4}\right)$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0　　② -2　　③ -4　　④ -3　　⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로
꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$ 이다.
$y = 2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$
$a = -4,\ b = -1$
$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$

15. 이차방정식 $x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2+4x-1=0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 없다.

④ k 의 값에 따라 달라진다.

⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) >0 이다.
$D=2^2-4\times1\times(-k)>0 \to 4(k+1)>0$
$\therefore\ k>-1$
방정식 $kx^2+4x-1=0$ 에서
$D=4^2-4\times k\times(-1)=4(4+k)>0\ (\because k>-1)$
따라서 방정식 $kx^2+4x-1=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 이차방정식 $6x^2-5x+a=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=\dfrac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1　　② 5　　③ 13　　④ -1　　⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\dfrac{5}{6},\ \alpha\beta=\dfrac{a}{6}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\dfrac{25}{36}-\dfrac{a}{3}=\dfrac{13}{36}$

$\therefore a=1$

17. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$n(n-1) = 56$

$n^2 - n - 56 = 0$

$(n+7)(n-8) = 0$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

18. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은?

① 40%　② 45%　③ 50%　④ 55%　⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$x^2-25x+1250=0$

$(x-50)(x+25)=0$

$x>0$ 이므로 $x=50$

19. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$　② 13　③ $-\frac{11}{3}$　④ $\frac{13}{2}$　⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b=13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2}\times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

20. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p,\ 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p,\ 0)$ 을 대입하면

$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0,\ \frac{3}{4}p^2 = 3,\ p^2 = 4$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = 4a,\ a = \frac{3}{4}$

$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$

21. $x = 5 + 4\sqrt{3}$, $y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$

$(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 = 0$

$(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) = 0$

$x + 2y = 1$ 또는 $x + 2y = -5$

(i) $x + 2y = 1$ 일 때

$(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) = 1$

$5 + 2a = 1$

$\therefore\ a = -2$

(ii) $x + 2y = -5$ 일 때

$5 + 2a = -5$

$\therefore\ a = -5$

(i), (ii) 에서 $a = -2$ 또는 $a = -5$

$\therefore\ -2 - 5 = -7$

22. 이차방정식 $ax^2 + b = 0$ 의 두 근 $p,\ q$ 에 대하여 $p - k,\ q - k$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$ax^2 + b = 0$ 의 두 근이 $p,\ q$ 이므로 $p + q = 0$
$x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 의 두 근이 $p - k,\ q - k$ 이므로 $p + q - 2k = 2$
$\therefore\ k = -1$

23. 다음 식의 값을 구하여라.

$2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 식을 x 라 하면

$x=2+\sqrt{x}$, $\sqrt{x}>0$ 이므로 $x>2$

$x-2=\sqrt{x}$ 의 양변을 제곱하면

$x^2-4x+4=x$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=4$

$\therefore\ x>2$ 이므로 $x=4$

24. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ $(p > 0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

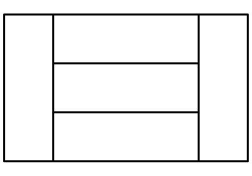
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$
외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\dfrac{p^2+1}{2} = 6$
$\therefore\ p = \pm\sqrt{11}$
따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

25. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

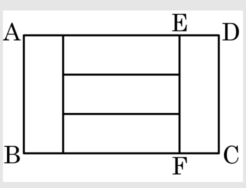


▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

그림에서



$\square CDEF = \frac{1}{5} \square ABCD$ 이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$2x + \frac{6}{5}y = 48$,

$\therefore\ y = -\frac{5}{3}x + 40$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

$S = xy = x\left(-\frac{5}{3}x + 40\right)$

$= -\frac{5}{3}(x - 12)^2 + 240$

$\therefore\ x = 12$ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 $y = \left(-\frac{5}{3}\right) \times 12 + 40 = 20$

따라서 $xy = 240$ 이다.