

1. 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 + 2k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, k 의 값이 될 수 없는 것은?

① -10

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 8

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 개의 근을 가지면
판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$

주어진 방정식의 $D = 6^2 - 4(-5 + 2k) > 0$

$-8k > -56$

$\therefore k < 7$

주어진 값들 중 $8 > 7$ 이므로 적당하지 않다.

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$$y = -5x^2 \text{ 이므로, } b = -5$$

$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

3. 다음 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는 제 몇사분면을 지나지 않는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

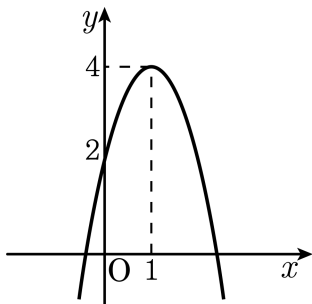
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는

꼭짓점은 $(-2, -9)$ 이고, y 절편은 -7 인 아래로 볼록한 그래프
이므로 모든 사분면을 지난다.

4. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$

꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

5. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\&= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \\y &= 2x^2 - 12x - 4 \\&= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \\\therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② 5

③ -13

④ -17

⑤ 20

해설

두 근의 합 $-a = -2 + 5 \therefore a = -3$

두 근의 곱 $b = (-2) \times 5 = -10$

$\therefore a + b = -3 - 10 = -13$

7. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 2

② $x = -1$ 또는 -2

③ $x = 1$ 또는 -3

④ $x = -1$ 또는 -3

⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면

$$9 + 6a + 3a = 0$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, 3)$ 을 지났다. b 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + b$ 에 $(4, 3)$ 을 대입하면

$$3 = \frac{1}{2} \times 4^2 + b$$

$$\therefore b = 3 - \frac{16}{2} = -5$$

10. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

11. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

12. 다음 함수의 그래프 중에서 제2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = -(x - 1)^2$

③ $y = -2(x + 2)^2 + 1$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -3(x + 3)^2 + 4$

해설

② $y = -(x - 1)^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 (1, 0)이고, 위로 볼록이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

13. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$

③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

④ $(-2, 3)$

⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3 을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0

② -2

③ -4

④ -3

⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = -1$$

$$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$$

15. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0 \quad (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

17. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

18. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어든 때의 요금 인상률은?

① 40%

② 45%

③ 50%

④ 55%

⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 50$$

19. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$

이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지나므로 $b =$

$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13$ 이다.

$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

20. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

21. $x = 5 + 4\sqrt{3}$, $y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$$

$$(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 = 0$$

$$(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) = 0$$

$$x + 2y = 1 \text{ 또는 } x + 2y = -5$$

$$(i) \ x + 2y = 1 \text{ 일 때}$$

$$(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) = 1$$

$$5 + 2a = 1$$

$$\therefore a = -2$$

$$(ii) \ x + 2y = -5 \text{ 일 때}$$

$$5 + 2a = -5$$

$$\therefore a = -5$$

$$(i), (ii) \text{에서 } a = -2 \text{ 또는 } a = -5$$

$$\therefore -2 - 5 = -7$$

22. 이차방정식 $ax^2 + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p - k, q - k$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$ax^2 + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이므로 $p + q = 0$

$x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$ 의 두 근이 $p - k, q - k$ 이므로 $p + q - 2k = 2$

$\therefore k = -1$

23. 다음 식의 값을 구하여라.

$$2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots}}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

주어진 식을 x 라 하면

$$x = 2 + \sqrt{x}, \sqrt{x} > 0 \text{ 이므로 } x > 2$$

$x - 2 = \sqrt{x}$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 4x + 4 = x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore x > 2 \text{ 이므로 } x = 4$$

24. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ ($p > 0$) 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

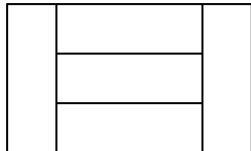
x 축과 만나는 두 점은 $(1, 0)$, $(p^2, 0)$ 이고
 y 축과 만나는 점은 $(0, p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2 + 1}{2} = 6$

$$\therefore p = \pm \sqrt{11}$$

따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

25. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

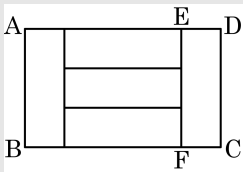


▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

그림에서



$$\square CDEF = \frac{1}{5} \square ABCD \text{ 이므로}$$

$$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$$2x + \frac{6}{5}y = 48 ,$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}x + 40$$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= xy = x \left(-\frac{5}{3}x + 40 \right) \\ &= -\frac{5}{3}(x - 12)^2 + 240 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 12 \text{ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 } y = \left(-\frac{5}{3} \right) \times 12 + 40 = 20$$

따라서 $xy = 240$ 이다.