

1. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

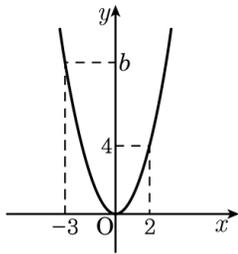
① $f(0) = 3$ ② $f(-1) = 6$ ③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$ ⑤ $f(-2) = 7$

해설

⑤ $f(-2) = (-2)^2 - 2 \times (-2) + 3 = 11$

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 차례로 나타내면?



- ① $a = -2, b = 16$ ② $a = -2, b = -16$
③ $a = 2, b = 18$ ④ $a = 1, b = 9$
⑤ $a = -2, b = 20$

해설

점 $(2, 4)$ 를 $y = ax^2$ 가 지나므로 $4 = 4a, a = 1$ 이다. $y = x^2$ 이다.

점 $(-3, b)$ 를 지나므로 $(-3)^2 = b, b = 9$ 이다.

3. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = 2x^2$

⑤ $y = -3x^2 + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.

4. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 4$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = m$, 이차함수 $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = n$ 라 할 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -8 ⑤ 0

해설

$y = (x+3)^2 - 4$ 의 축의 방정식은 $x = -3$, $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 축의 방정식은 $x = 5$ 이다.
따라서 $m - n = -8$ 이다.

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

6. 이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을 구하면
 $x = -4 \pm \sqrt{18} = -4 \pm 3\sqrt{2}$,
두 근 중 양수인 것은 $x = -4 + 3\sqrt{2}$,
따라서 $\alpha = -4 + 3\sqrt{2}$ 이다.
 $0 < -4 + 3\sqrt{2} < 1$ 이므로
 $\therefore n = 0$

7. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 에서
 $(k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$
 $k(k+4) = 0$
 $k = 0, -4$
 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $a^2 - 1 = 0$
 $a = \pm 1$
 $\therefore a = 1$ ($\because a > 0$)

8. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2(x+6)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{14}$

해설

$$(x-4)^2 = 2(x+6)$$

$$x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$\alpha + \beta = 10, \alpha\beta = 4, \sqrt{\alpha\beta} = 2$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 14$$

$$\sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{14}$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

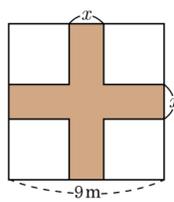
① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $-a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$
 $\therefore a = -4$
두 근의 곱은 $b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$

10. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 1m ② 2m ③ 3m
 ④ 4m ⑤ 5m



해설

$$9x + 9x - x^2 = 32$$

$$(x-2)(x-16) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x < 9)$$

11. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

12. 세 점 $(0, -8), (1, -5), (3, -5)$ 를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, -3)$

② $(1, 4)$

③ $(-2, 3)$

④ $(2, -3)$

⑤ $(2, -4)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$$c = -8, a + b - 8 = -5, 9a + 3b - 8 = -5$$

$$\therefore a = -1, b = 4, c = -8$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 8$$

$$= -(x-2)^2 - 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2(x+1)(2x-3)$ 의 최솟값은?

- ① $-\frac{25}{4}$ ② $-\frac{27}{4}$ ③ $-\frac{21}{5}$ ④ $-\frac{23}{5}$ ⑤ $-\frac{25}{7}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x+1)(2x-3) \\ &= 2(2x^2 - x - 3) \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) - 6 \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - \frac{25}{4}\end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다. 이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\&= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\&= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a\end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

16. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km를 왕복하는 데 5시간 걸린다면, 12km를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▷ 정답: 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을 x km/h라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$$

17. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

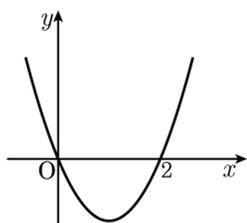
$$\begin{aligned} \text{(가)} & y = \frac{1}{2}x^2 \\ \text{(나)} & y = -2x^2 \\ \text{(다)} & y = 2x^2 \\ \text{(라)} & y = -\frac{1}{4}x^2 \end{aligned}$$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



- ① 제 1, 2, 3 사분면 ② 제 1, 3 사분면
 ③ 제 2, 4 사분면 ④ 제 2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

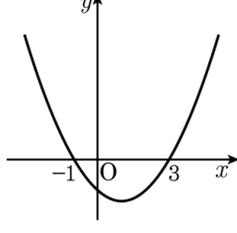
그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

19. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

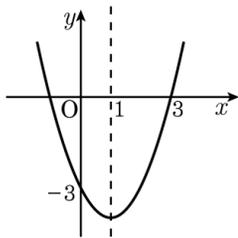
- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
 ㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
 ㉡ $abc > 0$
 ㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
 ㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
 ㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

20. 다음 그림은 직선 $x=1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?



- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y = a(x-1)^2 + q$
 $x=0$ 일 때, $a+q = -3$ (1)
 $x=3$ 일 때, $4a+q = 0$ (2)
(2)에서 (1)을 빼면, $3a = 3$
 $\therefore a = 1, q = -4$
 $y = (x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$
따라서 $x=1$ 일 때, $y = a+b+c = -4$ 이다.

22. 이차방정식 $ax^2 + \frac{1}{b}x + \frac{1}{c} = 0$ 의 두 근이 p, q 이고 p 는 10 보다 작은 자연수, q 는 5 의 배수이고, $p^2 - q = 20$ 을 만족할 때, $\frac{1}{b+c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{50}{3}$

해설

$p^2 = 20 + q$ 이고 q 가 5 의 배수이므로 p^2 은 5 의 배수이다.

p 는 10 보다 작은 자연수이므로 $p = 5, q = 5$ 이다.

따라서 이차방정식은

$$a(x-5)(x-5) = ax^2 - 10ax + 25a = 0$$

$$\therefore b = -\frac{1}{10a}, c = \frac{1}{25a}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{b+c} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{1}{10a} + \frac{1}{25a}} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{3}{50a}} = -\frac{50}{3} \text{ 이다.}$$

23. 원가가 1800 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $2a\%$ 를 받고 팔았더니 396 원의 손해를 보았다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\text{정가} : 1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{2a}{100} + 396 = 1800$$

$$36a + \frac{9}{25}a^2 + 396 = 1800$$

$$a^2 + 100a - 3900 = 0$$

$$(a - 30)(a + 130) = 0$$

$$\therefore a = 30(a > 0)$$

24. 세 이차함수 $y = x^2 - 2x$, $y = x^2 - 6x + 8$, $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

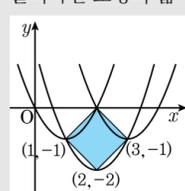
해설

$$y = x^2 - 2x \quad \dots \textcircled{A}$$

$$y = x^2 - 6x + 8 \quad \dots \textcircled{B}$$

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad \dots \textcircled{C}$$

그래프 ㉠은 그래프 ㉡과 그래프 ㉢의 꼭짓점을 지나고 세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{이다.}$$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

$$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$