

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - 4ac = 0$ ② $c = a^2$ ③ $x = \frac{b}{2a}$
④ $b^2 - 4ac < 0$ ⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

2. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$ ③ $f(1) = 1$
④ $f(2) = 2$ ⑤ $f(3) = 7$

해설

③ $f(1) = 1^2 - 2 = -1$

3. 이차함수 $y = 3 - \frac{1}{4}x^2$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $y = 3$ 이다.

4. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

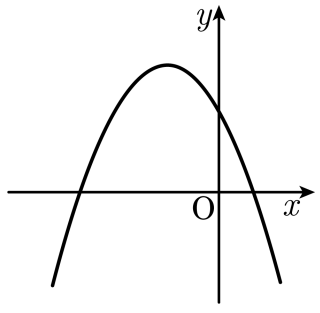
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \Rightarrow y = -2(x-3)^2 + 1$$

$$a = -2(2-3)^2 + 1 = -1$$

5. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a < 0, b > 0, c > 0$
③ $a > 0, b > 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
 $ab < 0$
 $\therefore b > 0$
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2 + 2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ -6

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$$

7. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

8. 차가 5 인 두 자연수의 곱이 126 일 때, 두 수 중 작은 수로 알맞은 것을 고르면?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x(x+5)=126$$

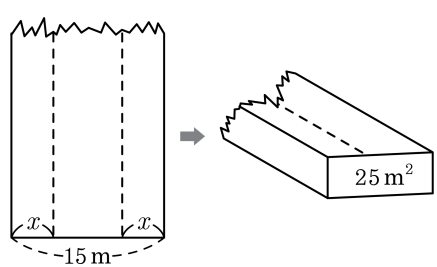
$$x^2+5x-126=0$$

$$(x+14)(x-9)=0$$

$$x=9 \text{ 또는 } x=-14$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x=9$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 너비가 15 m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25 m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



- ① $2x^2 - 25x + 15 = 0$ ② $2x^2 - 15x - 25 = 0$
 ③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$ ④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

11. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 2k - 3$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 3$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 8x + 2k - 3 = (x - 4)^2 + 2k - 19$$

꼭짓점 $(4, 2k - 19)$ 가 $y = x + 3$ 위에 있으므로 $2k - 19 = 7$,

$$2k = 26$$

$$\therefore k = 13$$

12. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

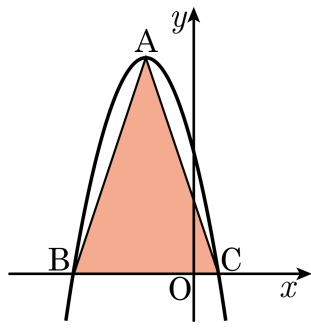
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

13. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 30 ② 27 ③ 24 ④ 21 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 4x + 5 \\ &= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 \\ &= -(x + 2)^2 + 9 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$(x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -5$ 또는 $x = 1$ 에서 B $(-5, 0)$, C $(1, 0)$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 \text{ 이다.}$$

14. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3 ② -5 ③ -7 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$y = a(x + 1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

15. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 하나의 중근을 갖는다.
③ 근은 존재하지 않는다.
④ 근의 개수는 무한하다.
⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,
 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 4부터 n 까지의 합이 85일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$(4 + 5 + 6 + \cdots n) = (1 + 2 + \cdots n) - (1 + 2 + 3)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 6 = 85 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 182$$

$$n^2 + n - 182 = 0$$

$$(n-13)(n+14) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$

17. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

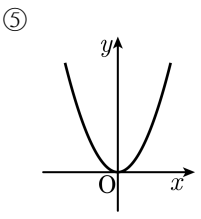
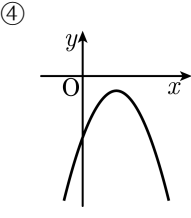
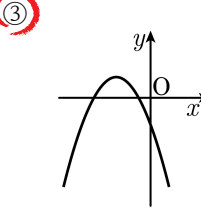
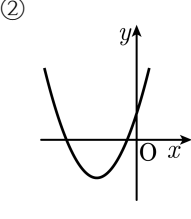
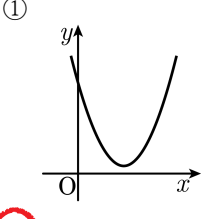
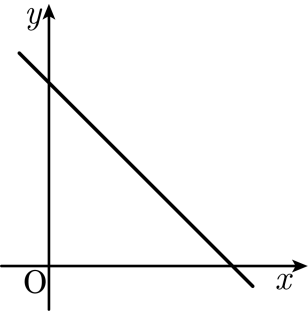
▶ 답: 명

▶ 정답 : 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,
 $x(x-6) = 91$ 이므로
 $x^2 - 6x - 91 = 0$
 $(x+7)(x-13) = 0$
 따라서 $x = 13$ (x 는 자연수) 이다.

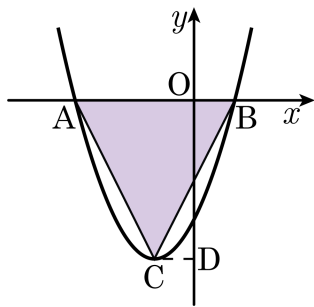
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

19. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

20. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

21. 이차방정식 $p^2x^2 - 3x - q = 0$ 이 서로 다른 두 자연수 α, β 를 근으로 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$p^2x^2 - 3x - q = 0$ 은 서로 다른 두 자연수 α, β ($\alpha \neq \beta$) 를 근으로 가지므로

$$\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}, \alpha\beta = -\frac{q}{p^2}$$

이때, α, β 가 자연수이므로 $\alpha + \beta = \frac{3}{p^2}$ 도 자연수이다.

$$\therefore p^2 = 1 \text{ 또는 } p^2 = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3 \text{ 또는 } \alpha + \beta = 1$$

여기서 α, β 는 서로 다른 자연수이므로 $\alpha + \beta = 1$ 이 될 수 없다.

따라서 $p^2 = 1$ 이고 $\alpha + \beta = 3$ 이다.

$$\alpha + \beta = 3 \text{ 에서 } \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = 2, \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -\frac{q}{p^2} \text{ 이므로 } q = -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + p^2 + q^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + p^2 + q^2 = 4 + 1 + 1 + 4 = 10$$

22. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 $-2, 5$ 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ 이므로 $3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

즉, $\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$ 이므로 $5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0$ 이다.

그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$

23. $f(2) = 16$, $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16) = \frac{a}{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = f(16) \times 4$

$\therefore f(16) = 4$

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 에서

$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)}$ 이고

$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x)$ 이므로

$f(-x) = f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4)$
 $= \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4)$

이 식에 $x = 16$ 을 대입하면

$f(-16) = \frac{4}{(-284)} \times (-220) = \frac{220}{71}$ 이다.

$a = 220, b = 71$

따라서 $a - b = 149$ 이다.

24. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a + b + p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

- ① 12 ② 0 ③ -18 ④ 42 ⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

25. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p + 1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.