1. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$2x^2+6x+10=0$

① $\frac{3}{5}$ ② 3 ③ $-\frac{3}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=5$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{3}{5}$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$ ② $f(-1) = 0$ ③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$ ⑤ $f(-2) = 7$

해설

② $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$

3. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = 4x^2 - 2$ ② $y = 4x^2 + 2$

③ $y = 4(x-2)^2$ ④ $y = 4(x+2)^2$

⑤ $y = 4(x-2)^2 + 2$

해설

$y = 4x^2 - 2$

4. 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$　② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$　④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x+1)^2 + 6$ 에 $(0,\ 5)$ 를 대입하면

$5 = a + 6$

$a = -1$

$\therefore\ y = -(x+1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$

5. 다음 중 꼭짓점 $(-1,\ 4)$, 대칭축의 방정식 $x=-1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ 3)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$　② $y=x^2-4x+5$

③ $y=-x^2-2x+3$　④ $y=-x^2+4x-10$

⑤ $y=2x^2-4x+5$

해설

$y=a(x+1)^2+4$ 에 $(0,\ 3)$ 을 대입한다. $a=-1$

$\therefore y=-x^2-2x+3$

6. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \dfrac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 에서

$A = 5$, $B = 8$

$\therefore\ A - B = 5 - 8 = -3$

7. 이차방정식 $x^2+3k+4=8x$의 해가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=4$

해설

$x^2+3k+4=8x$가 중근을 가지므로

$3k+4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$, $3k+4=16$

$\therefore\ k=4$

8. 이차방정식 $12x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3},-\frac{1}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

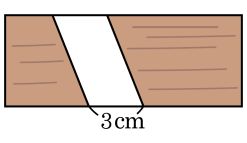
해설

두 근이 $\frac{1}{3},-\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은

$12\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=0, 12x^2-x-1=0$

따라서 $a=-1, b=-1$ 이므로 $a+b=-2$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 세로의 길이보다 가로의 길이가 8 cm 더 긴 직사각형 모양의 판지가 있다. 그림과 같이 폭이 3 cm 로 일정하게 잘라 내었을 때 남은 판지의 넓이가 50 cm^2 이었다. 처음 판지의 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

판지의 세로의 길이를 x cm 라 하면, 가로의 길이는 $(x+8)$ cm 이므로

$x \times (x+8) - 3 \times x = 50$

$x^2 + 5x - 50 = 0$

$(x-5)(x+10) = 0$

$\therefore\ x = 5$ cm (단, $x > 0$)

10. 다음 포물선의 폭이 가장 큰 것은?

㈎ $y=-x^2$	㈏ $y=-5x^2$
㈐ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㈑ $y=-\frac{5}{4}x^2$

① ㈎ ② ㈏ ③ ㈐
④ ㈑ ⑤ 모두 같다.

해설

$y=ax$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

11. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 이 점 $(2,\ 8)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y=\frac{1}{2}x^2+q$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면 $8=\frac{1}{2}\times 4+q$

$\therefore\ q=6$

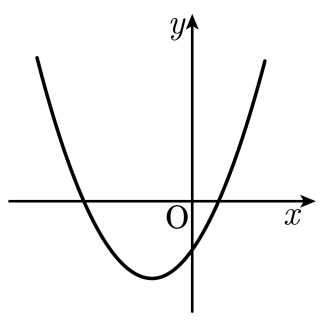
12. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+m-7$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때, $\frac{1}{m}$ 의 값은?

① -5 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ 5

해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+m-7=-\frac{1}{2}(x-2)^2+m-5$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(2, m-5)$ 이다.
x 축과 한 점에서 만나므로 $m-5=0$
$\therefore m=5, \frac{1}{m}=\frac{1}{5}$

13. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
④ 제4 사분면 ⑤ 없다.

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위가 $x < -5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

주어진 조건에서 그래프의 축의 방정식은 $x = -5$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11 \\ &= -\frac{1}{2}(x+5)^2 + \frac{3}{2} \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 5x - 11 \end{aligned}$$

$\therefore\ k = -5$

15. $(x+y+4)(x+y)=12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A=x+y$라 하면
$(A+4)A=12$
$A^2+4A-12=0$
$(A-2)(A+6)=0$
$\therefore A=2$또는 $A=-6$
따라서 $x+y$의 값의 합은 $2+(-6)=-4$이다.

16. 이차방정식 $x^2-2x-2=0$ 의 두 근을 $m,\ n$ 이라고 할 때, m^3+n^3 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$m+n=2,\ mn=-2$

$m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=8$

$m^3+n^3=(m+n)(m^2+n^2)-mn(m+n)$

$=2\times 8-(-2\times 2)=20$

17. 두 함수 $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$과 $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 모두 y가 x에 관한 이차함수가 되도록 상수 a의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

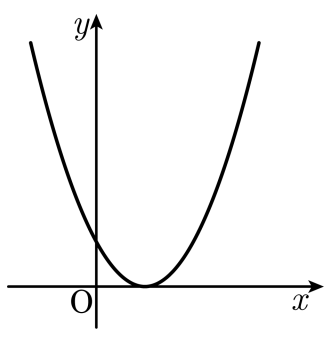
해설

ⅰ) $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$이 x에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2-3a+2=0$이어야 하므로 $(a-1)(a-2)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

ⅱ) $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 x에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2-8\neq 0$이어야 하므로 $a\neq\pm 2$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $a=1$이다.

18. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?

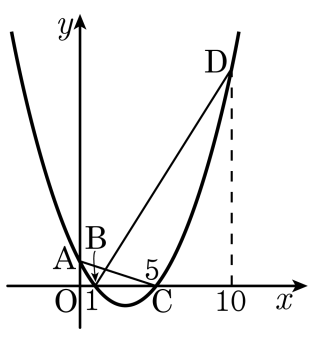


① 제1, 2 사분면
② 제3, 4 사분면
③ 제1, 2, 4 사분면
④ 제2, 3, 4 사분면
⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p,q) 가 x 축 위에 있으므로 $a>0,\ p>0,\ q=0$ 이다.
$y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 A$(0, 6)$ 이다.

$y = ax^2 + bx + 6 = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6$, $a = \frac{6}{5}$, $b = -\frac{36}{5}$ 이다.

$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 D$(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 54 = 108$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$

21. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답: $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때
$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$
$x^2 + 4x - 6 = 0$
$x = -2 \pm \sqrt{10}$
이때, $x < 0$ 이므로
$\therefore\ x = -2 - \sqrt{10}$

ii) $0 \le x \le 2$ 일 때
$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$
$x^2 - 2x - 6 = 0$
$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.

iii) $x > 2$ 일 때
$x^2 - 3x - 4 = x - 2$
$x^2 - 4x - 2 = 0$
$x = 2 \pm \sqrt{6}$
$x > 2$ 이므로
$\therefore\ x = 2 + \sqrt{6}$

따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

22. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC 에 대하여 x 에 관한 이차식 $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a+b+c)x + ab + bc + ca$ 이 완전제곱식이므로

$\frac{D}{4} = (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

양변에 2를 곱하면

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$

$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

$\therefore\ a = b = c$

따라서 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

23. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-3 < k < 0$

해설

$y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$
$= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18$
$= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18$

꼭짓점은 $(-k,\ k^2 - 3k - 18)$
이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로
$-k > 0 \qquad \therefore\ k < 0$
$k^2 - 3k - 18 < 0$
$(k+3)(k-6) < 0$
$\therefore\ -3 < k < 6$
따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

24. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + d$ 가 두 점 $(1,\ a + b)$, $(-3,\ -3a + b)$ 에서 만날 때, 함수 $h(x) = g(x) - f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

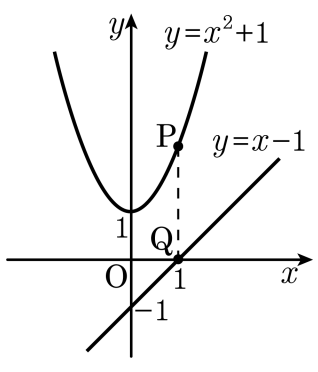
해설

두 함수의 그래프의 교점의 x 좌표가 1 과 -3 이므로 $ax + b = x^2 + cx + d$,
즉, $x^2 + (c - a)x + (d - b) = 0$ 은 두 근이 1, -3 이다.
근과 계수의 관계에 의해
$a - c = -2$, $d - b = -3$

$$\begin{aligned} \therefore\ h(x) &= g(x) - f(x) \\ &= x^2 + (c - a)x + (d - b) \\ &= x^2 + 2x - 3 \\ &= (x + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 $x = -1$ 일 때, 최솟값 -4 를 갖는다.

25. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{4}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
$(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t-1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$