1. 다음 세 수 a , b , c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$a = \sqrt{3} + 3$, $b = 5 - \sqrt{2}$, $c = 4$

① $a < b < c$　　② $b < a < c$　　③ $b < c < a$

④ $c < a < b$　　⑤ $c < b < a$

해설

$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0$, $b < c$

$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0$, $a > c$

$\therefore b < c < a$

2. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{121}$, $\frac{\sqrt{12}}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{0.04}$, $\sqrt{3}-2$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121}=11$, $\sqrt{0.04}=0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}$,$-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}-2$: 무리수

3. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.

㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.

㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.

㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.

㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.

㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.

㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.

㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

4. 다음 중 두 수의 대소 관계가 올바르지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{3}+3<2\sqrt{2}+\sqrt{3}$　　② $4+\sqrt{3}<\sqrt{5}+4$

③ $2-2\sqrt{3}<\sqrt{5}-2\sqrt{3}$　　④ $\sqrt{3}+2>1+\sqrt{3}$

⑤ $5-\sqrt{3}>-\sqrt{3}+2$

해설

① $\sqrt{3}+3-(2\sqrt{2}+\sqrt{3})=3-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$

$\therefore\ \sqrt{3}+3>2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

5. $a = \sqrt{5}$ 이고 $b = a + \dfrac{10}{a}$ 이다. $b = ka$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

$b = \sqrt{5} + \dfrac{10}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} + \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$

$\therefore\ b = 3a$

$\therefore\ k = 3$

6. $\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화 할 때, 분모에 곱해야 될 식은?

① $1-\sqrt{5}$　② $2-\sqrt{5}$　③ $1+\sqrt{5}$
④ $3-\sqrt{5}$　⑤ $3+\sqrt{5}$

해설

$$\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}=\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{4}$$

7. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$
② $\sqrt{10} < 3$
③ $-\sqrt{19} > -4$
④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$
⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$
$a - b > 0 \rightarrow a > b$,
$a - b = 0 \rightarrow a = b$,
$a - b < 0 \rightarrow a < b$
①양변을 제곱하면 $24 < 25$
$\therefore \sqrt{24} < 5$
② 양변을 제곱하면 $10 > 9$
$\therefore \sqrt{10} > 3$
③ $-19 < -16$ 이므로
$\therefore -\sqrt{19} < -4$
④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$
$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$
⑤ $\left(\sqrt{2} - 2\right) - \left(\sqrt{3} - 2\right) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$
$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$
※ 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

8. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2+5b$ 의 값은?

① $-1+2\sqrt{2}$ ② $-2+2\sqrt{2}$ ③ $-2+4\sqrt{2}$
④ $-3+5\sqrt{2}$ ⑤ $-4+5\sqrt{2}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $a=1, b=\sqrt{2}-1$
$2a^2+5b=2\times1^2+5\times(\sqrt{2}-1)$
$=2+5\sqrt{2}-5$
$=-3+5\sqrt{2}$

9. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 <u>않는</u> 것을 골라라.

㉠ x^2+6x+9	㉡ x^2-9
㉢ x^2-x-12	㉣ $2x^2+7x+3$
㉤ x^2-x-2	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $(x+3)^2$
㉡ $(x+3)(x-3)$
㉢ $(x+3)(x-4)$
㉣ $(2x+1)(x+3)$
㉤ $(x-2)(x+1)$
따라서 나머지는 모두 $(x+3)$ 의 인수를 갖지만 ㉤은 갖지 않는다.

10. 평행사변형의 넓이가 $2x^2+5x+2$ 이고 밑변의 길이가 $2x+1$ 일 때, 높이는?

① $x+2$ ② $x-2$ ③ $2x-1$
④ $x-1$ ⑤ $x+1$

해설

$2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$
따라서 높이는 $x+2$ 이다.

11. $ab-2a-2b+4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a+2)(b-2)$ ② $(a-2)(b+2)$ ③ $(a+2)(b+2)$
④ $(a-2)(b-2)$ ⑤ $(a+1)(b-2)$

해설

(준식) $=a(b-2)-2(b-2)=(a-2)(b-2)$

12. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2},\ b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= \left(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2$

$- 2\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$

$= \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times (3 - 2)$

$= 12 - 2$

$= 10$

13. $a+b=2$ 일 때, $a^2+2ab+b^2-2a-2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a+b)^2-2(a+b)\\ &= (a+b)(a+b-2)\\ &= 2\times(2-2)=0\end{aligned}$$

14. 방정식 $3x(Ax-5)=6x^2+2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① -2　② -1　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$3Ax^2-15x-6x^2-2=0$

$(3A-6)x^2-15x-2=0$

$A=2$이면 $3A-6=0$이므로 일차방정식이다.

15. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x+5)=0$
② $(3x-4)(x-5)=0$
③ $(4x-3)(x+5)=0$
④ $(3x-4)(x-5)=0$
⑤ $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x-5)=0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

16. 이차방정식 $ax^2 + (4a+2)x - a - 2 = 0$의 두 근이 $-5, b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$x = -5$ 일 때

$a \times (-5)^2 + (4a+2) \times (-5) - a - 2 = 0$

$25a - 20a - 10 - a - 2 = 0$

$4a = 12, a = 3$

$3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0$

$3x^2 + 14x - 5 = 0$

$(x+5)(3x-1) = 0$

$x = -5, x = \frac{1}{3} = b$

$\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

17. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$(x^2-7x+(\square))=-2+(\square)$
$(x+a)^2=b$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)=-2+\frac{49}{4}$
$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{41}{4}$
$a=-\frac{7}{2}, b=\frac{41}{4}$
$\therefore 4(a+b)=4\left(-\frac{7}{2}+\frac{41}{4}\right)=27$

18. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2+bx+c=0$$
$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$$
$$(x+②)^2=③$$
$$x=④\pm⑤$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$　② $\frac{b}{2a}$　③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$　⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

19. 이차방정식 $\frac{1}{2} - x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$5x^2 + 4x - 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5}$$ 이다.

따라서 $a = -2$, $b = 14$ 이므로 $a + b = 12$ 이다.

20. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$일 때, 상수 $A+B$의 값은?

① -20　② -16　③ 16　④ 20　⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$\therefore\ A = 3,\ B = 17$

$\therefore\ A + B = 20$

21. 이차방정식 $3x^2+4x-1=0$ 의 근을 $x=\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{3}$ 라고 할 때, $A+B$ 의 값은?

① 2　　② 5　　③ 9　　④ 24　　⑤ 32

해설

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+12}}{6}=\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

$A=-2,\ B=7$

$\therefore A+B=5$

22. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$
$3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \le y-1 < 50$, 즉 $10 \le y < 51$
두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.
따라서 $x=3, y=10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

23. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa+qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 = \left(\frac{1}{2}a - b\right)\left(\frac{1}{2}a - b\right)$$
$$= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

24. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때, 이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\dfrac{3}{2}$　② -3　③ -4　④ $\dfrac{3}{2}$　⑤ 1

해설

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이므로

$b = 3,\ c = -1$

$\therefore\ 2x^2 - 3x + 1 = 0,\ (2x-1)(x-1) = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

따라서 두 근의 합은 $\dfrac{3}{2}$ 이다.

25. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2+3x+y=1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y-2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x+y \le 44$ 이므로 ($\because$ $44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x+y=44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2+3x+y &= (x+y)^2+3(x+y)-2y \\ &= 1936+132-2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore$ $y=36$, $x=8$

2) $x+y \le 43$ 이면,

$2y=(x+y)^2+3(x+y)-1996 \le 43^2+129-1996$

$2y \le -18$

즉, y의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y=36$, $x=8$이므로 $y-3x=20$이다.