

1. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$

$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$

$$\therefore b < c < a$$

2. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{121}, \frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{0.04}, \sqrt{3} - 2$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{0.04} = 0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3} - 2$: 무리수

3. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개

② 6 개

③ 5 개

④ 4 개

⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

4. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?

① $\sqrt{3} + 3 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

② $4 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + 4$

③ $2 - 2\sqrt{3} < \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} + 2 > 1 + \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3} > -\sqrt{3} + 2$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } \sqrt{3} + 3 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= 3 - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{3} + 3 > 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

5. $a = \sqrt{5}$ 이고 $b = a + \frac{10}{a}$ 이다. $b = ka$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

$$b = \sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} + \frac{10\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 3a$$

$$\therefore k = 3$$

6. $\frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화 할 때, 분모에 곱해야 될 식은?

① $1 - \sqrt{5}$

② $2 - \sqrt{5}$

③ $1 + \sqrt{5}$

④ $3 - \sqrt{5}$

⑤ $3 + \sqrt{5}$

해설

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{(3 - \sqrt{5})^2}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \frac{(3 - \sqrt{5})^2}{4}$$

7. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$

② $\sqrt{10} < 3$

③ $-\sqrt{19} > -4$

④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$a - b > 0 \rightarrow a > b,$

$a - b = 0 \rightarrow a = b,$

$a - b < 0 \rightarrow a < b$

① 양변을 제곱하면 $24 < 25$

$\therefore \sqrt{24} < 5$

② 양변을 제곱하면 $10 > 9$

$\therefore \sqrt{10} > 3$

③ $-19 < -16$ 이므로

$\therefore -\sqrt{19} < -4$

④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

* 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

8. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

9. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것을 골라라.

㉠ $x^2 + 6x + 9$

㉡ $x^2 - 9$

㉢ $x^2 - x - 12$

㉣ $2x^2 + 7x + 3$

㉤ $x^2 - x - 2$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

㉠ $(x+3)^2$

㉡ $(x+3)(x-3)$

㉢ $(x+3)(x-4)$

㉣ $(2x+1)(x+3)$

㉤ $(x-2)(x+1)$

따라서 나머지는 모두 $(x+3)$ 의 인수를 갖지만 ㉤은 갖지 않는다.

10. 평행사변형의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 이고 밑변의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 높이는?

① $x + 2$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $x - 1$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

따라서 높이는 $x + 2$ 이다.

11. $ab - 2a - 2b + 4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a + 2)(b - 2)$

② $(a - 2)(b + 2)$

③ $(a + 2)(b + 2)$

④ $(a - 2)(b - 2)$

⑤ $(a + 1)(b - 2)$

해설

$$(\text{준식}) = a(b - 2) - 2(b - 2) = (a - 2)(b - 2)$$

12. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 - 2) \\ &= 12 - 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

13. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

14. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

15. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

16. 이차방정식 $ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이 $-5, b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$x = -5$ 일 때

$$a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 = 0$$

$$25a - 20a - 10 - a - 2 = 0$$

$$4a = 12, a = 3$$

$$3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 0$$

$$(x + 5)(3x - 1) = 0$$

$$x = -5, x = \frac{1}{3} = b$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

17. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$$

$$x^2 - 7x = -2$$

$$(x^2 - 7x + (\square)) = -2 + (\square)$$

$$(x+a)^2 = b$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$$

$$x^2 - 7x = -2$$

$$\left(x^2 - 7x + \frac{49}{4}\right) = -2 + \frac{49}{4}$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$$

$$a = -\frac{7}{2}, b = \frac{41}{4}$$

$$\therefore 4(a+b) = 4\left(-\frac{7}{2} + \frac{41}{4}\right) = 27$$

18. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + ① = -\frac{c}{a} + ①$$

$$(x + ②)^2 = ③$$

$$x = ④ \pm ⑤$$

$$① \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$④ \quad -\frac{b}{2a}$$

$$② \quad \frac{b}{2a}$$

$$⑤ \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$③ \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

19. 이차방정식 $\frac{1}{2} - x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$5x^2 + 4x - 2 = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $a = -2, b = 14$ 이므로 $a + b = 12$ 이다.

20. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x + 3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A + B$ 의 값은?

① -20

② -16

③ 16

④ 20

⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 17$$

$$\therefore A + B = 20$$

21. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근을 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 라고 할 때, $A + B$ 의 값은?

① 2

② 5

③ 9

④ 24

⑤ 32

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$A = -2, B = 7$$

$$\therefore A + B = 5$$

22. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$

$3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \leq y-1 < 50$, 즉 $10 \leq y < 51$

두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.

따라서 $x=3, y=10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

23. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa + qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 &= \left(\frac{1}{2}a - b\right) \left(\frac{1}{2}a - b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

24. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

25. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 + 3x + y &= (x+y)^2 + 3(x+y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x+y)^2 + 3(x+y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.