1. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2,\ y = -3$일 때, $a + b$의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$x = 2,\ y = -3$을
두 방정식
$2x + ay = 10,\ x - y = b$에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
$\therefore\ a = -2$
$2 - (-3) = b$
$\therefore\ b = 5$
$\therefore\ a + b = 3$

2. 다음 연립방정식의 해를 $x=\alpha,\ y=\beta,\ z=\gamma$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-3y+3z=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y-2z=3 & \cdots\cdots ㉡ \\ x-2y+z=5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

㉠ − ㉢ × 3 을 하면 $-x+3y=-5$ $\cdots\cdots$ ㉣
㉡ + ㉢ × 2 를 하면 $5x-3y=13$ $\cdots\cdots$ ㉤
㉣ + ㉤ 을 하면 $4x=8$ $\therefore\ x=2$
$x=2$ 를 ㉣에 대입하면 $-2+3y=-5 \therefore\ y=-1$
또, $x=2,\ y=-1$ 을 ㉢에 대입하면
$2-2\cdot(-1)+z=5$
$\therefore\ z=1$
$\therefore\ x=2,\ y=-1,\ z=1$
$\therefore \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=4+1+1=6$

3. 연립방정식 $\begin{cases} px+y=1 \\ x+py=1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때의 p값으로 알맞은 것은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -2

해설

$ax+by=c,\ dx+ey=f$ 일때,

$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}\neq\frac{c}{f}$ 이면 해가 없음,

$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ 이면 해가 무수히 많다.

$p=\frac{1}{p}\neq 1$

$\therefore p=-1$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$5=1^2+2xy$

$\therefore\ xy=2$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2,\ y = \pm 2$

ii) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2},\quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2-xy+y^2=3 \end{cases}$ 의 해를

$x=a,\ y=b$라 할 때, ab의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x^2+y^2=5 \quad \cdots \quad$ ㉠
$x^2-xy+y^2=3 \quad \cdots \quad$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $5-xy=3,\ xy=2$
$\therefore \quad ab=2$

7. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x - 2y + z = 3x - y + z = x + 2y - 4z + 10 = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $y = 0$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x - y + z = 2 & \cdots\cdots ㉡ \\ x + 2y - 4z = -8 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

따라서 ㉡ − ㉠에서

$x + y = 0 \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉠ × 4 + ㉢에서

$3x - 2y = 0 \quad \cdots\cdots$ ㉤

㉣ × 2 + ㉤에서 $5x = 0$

$\therefore x = 0, \ y = 0$

$x = 0, \ y = 0$을 ㉠에 대입하면 $z = 2$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha,\ y=\beta,\ z=\gamma$ 라 할 때, 곱 $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 30

해설

주어진 세 식을 합하면 $2\cdot(x+y+z)=18$

$\therefore\ \alpha+\beta+\gamma=9$

$$\begin{cases} \alpha=9-(\beta+\gamma)=9-6=3 \\ \beta=9-(\alpha+\gamma)=9-7=2 \\ \gamma=9-(\alpha+\beta)=9-5=4 \end{cases}$$

$\therefore\ \alpha\beta\gamma=3\cdot2\cdot4=24$

9. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

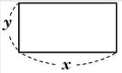
▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를

각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$y + 5 + y = 17,\ 2y = 12$

$\therefore\ y = 6$

$y = 6$ 을 ㉠에 대입하면 $x = 11$

$\therefore\ xy = 11 \times 6 = 66$

10. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나)를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다. (나) 다음 날은 집에서 어제 걸어간 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=1680$

② (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=3360$

③ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

④ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=3360$

⑤ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m

(가) $\frac{x}{60}+3+\frac{y}{500}=10,\ \frac{x}{60}+\frac{y}{500}=7$

$\therefore\ 25x+3y=10500$

(나) $\frac{x+y}{60}=28$

$\therefore\ x+y=1680$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x = 18,\ y = -1$ 또는 $x = 2,\ y = 3$

② $x = -2,\ y = -3$ 또는 $x = 2,\ y = 3$

③ $x = \dfrac{18}{5},\ y = -\dfrac{1}{5}$ 또는 $x = 2,\ y = 3$

④ $x = \dfrac{18}{5},\ y = -\dfrac{1}{5}$ 또는 $x = -2,\ y = -3$

⑤ $x = -\dfrac{18}{5},\ y = -\dfrac{1}{5}$ 또는 $x = -2,\ y = -3$

해설

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \cdots ㉠ \\ x^2 + Y^2 = 3 \cdots ㉡ \end{cases}$$

$y = -2x + 7$를 ㉡식에 대입

$x^2 + (2x - 7)^2 = 13$

$5x^2 - 28x + 36 = (5x - 18)(x - 2) = 0$

$$\begin{cases} x = \dfrac{18}{5},\ y = -\dfrac{1}{5} \\ x = 2,\ y = 3 \end{cases}$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 x값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$x^2 - xy - 2y^2 = (x-2y)(x+y) = 0$

㉠ $x = 2y$ 일 때

$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$

$y^2 = 2,$

$y = \pm\sqrt{2}$

$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$

㉡ $x = -y$ 일 때

$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$

$y^2 = 5,$

$y = \pm\sqrt{5}$

$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$

13. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는?

① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

구하는 순서쌍 $(x,\ y)$는 연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해이다.

㉠에서 $y=\pm(x-1)$ ······㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-(x-1)^2=0$, $2x-1=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$, ㉢에서 $y=\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

$\therefore\ (x,\ y)=\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ 2개

14. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x,\ y$ 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2+3t-4=0$ 의 두 근이므로

$(t-1)(t+4)=0$ 에서

$t=1$ 또는 $t=-4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

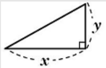
$\therefore\ 1+(-4)+(-4)+1=-6$

15. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots ② \end{cases}$$ 이다.

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$

$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$

$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$

$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$

$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$

$(x - 12)(x - 9) = 0$,

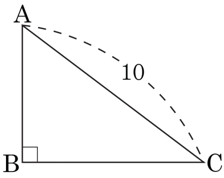
$x = 12$ 또는 $x = 9$

$x = 12$ 일 때 $y = 9$

$x = 9$ 일 때 $y = 12$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.

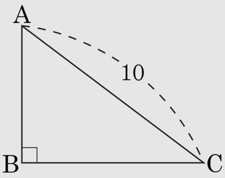
16. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 둘레의 길이가 24 이고, 빗변의 길이가 10 이다. 이때, 두 선분 AB 와 BC 의 길이의 곱을 구하면?



① 48 ② 40 ③ 32

④ 18 ⑤ 12

해설



$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b$

둘레의 길이가 24 이므로

$24 = a + b + 10$

$a + b = 14$

직각삼각형이므로,

$a^2 + b^2 = 10^2$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$ab = \frac{1}{2}\{(a+b)^2 - (a^2+b^2)\}$

$= \frac{1}{2}\{14^2 - 10^2\} = \frac{1}{2} \cdot 96 = 48$

17. 두 이차방정식 $ax^2+4x+2=0$, $x^2+ax+1=0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

해설

공통근을 t 라 하면

$at^2+4t+2=0\cdots$㉠

$t^2+at+1=0\cdots$㉡

㉠ − ㉡ $\times 2$: $(a-2)t^2+(4-2a)t=0$

$(a-2)t(t-2)=0$

이때, $a=2$ 이면 두 방정식은 서로 같으므로 $a\neq 2$

그런데 $t=0$ 이면 ㉠, ㉡의 해가 존재하지 않으므로 $t=2$

따라서 ㉡에서 $2a+5=0$

$\therefore\ a=-\frac{5}{2}$

18. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2a \\ xy=a \end{cases}$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 뿐일 때, 양의 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} x+y=2a \cdots ① \\ xy=a \cdots ② \end{cases}$$

①에서 $y=-x+2a$ 를 ②에 대입하면

$x(-x+2a)=a$

$\therefore -x^2+2ax=a$ 즉 $x^2-2ax+a=0$ 이 한 개의

실근을 가져야 하므로 $D/4=a^2-a=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 1 그런데

a 는 양의실수 이므로

$a=1$

19. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=0$ 에서

$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$ 이므로

$x+y=u,\ xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{u^2-2v}{v}=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v}=\frac{v(v-2)}{v}=0$$

$\therefore\ v=0$ 또는 $v=2$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy\neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ㉠에서 $u=v=2$ 이므로

$x+y=2$

20. 연립방정식 $\begin{cases} x(y+z)=10 \\ y(z+x)=18 \\ z(x+y)=24 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① ± 2 ② ± 4 ③ ± 8 ④ ± 16 ⑤ ± 32

해설

$$\begin{cases} x(y+z)=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y(z+x)=18 & \cdots\cdots ㉡ \\ z(x+y)=24 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢ : $2(xy+yz+zx)=52$

$\therefore\ xy+yz+zx=26$

$\therefore\ xy=2,\ yz=16,\ zx=8$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣에서 $(xyz)^2=16^2$ $\therefore\ xyz=\pm 16$

$\therefore\ x=\alpha=\pm 1,\ y=\beta=\pm 2,\ z=\gamma=\pm 8$ (복부호동순)

$\therefore\ \alpha\beta\gamma=\pm 16$