1. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 <u>없는</u> 수를 고르면? (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$)

① 3.14 ② -1 ③ π ④ 0 ⑤ 26

해설

$m \neq 0$, m, n 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

① 유한소수이므로 유리수이다.
② 정수이므로 유리수이다.
③ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.
④ 정수이므로 유리수이다.
⑤ 자연수이므로 유리수이다.

2. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{5}{24}$ ③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2}$
④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7}$ ⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

① $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$

② $\frac{5}{24} = \frac{5}{2^3 \times 3}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2} = \frac{1}{2 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

3. $\frac{6x-3y}{2}-\frac{x+4y}{3}-\frac{4x-5y}{6}$ 를 간단히 하면?

① $2x+2y$　② $2x-2y$　③ $x+y$
④ $x+2y$　⑤ $2x+y$

해설

(준식)
$=\frac{3(6x-3y)-2(x+4y)-(4x-5y)}{6}$
$=\frac{12x-12y}{6}$
$=2x-2y$

4. $(x-y)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

① $(x+y)^2$ ② $(-x+y)^2$ ③ $-(x+y)^2$
④ $-(x-y)^2$ ⑤ $(-x-y)^2$

해설

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
① $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
② $(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
③ $-(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$
④ $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$
⑤ $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

5. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ 일 때, $\frac{-2x+3y}{3x-y}$ 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$\frac{x}{y}=\frac{2}{3},\ x=\frac{2}{3}y$

$\therefore\ \frac{-2x+3y}{3x-y}=\frac{-2\times\frac{2}{3}y+3y}{2y-y}=\frac{\frac{5}{3}y}{y}=\frac{5}{3}$

6. 다음 분수 $\frac{2}{33}$을 소수로 나타내면?

① $0.\dot{6}$ ② $0.0\dot{6}$ ③ $0.\dot{0}\dot{6}$ ④ $0.\dot{6}\dot{0}$ ⑤ $0.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$2 \div 33 = 0.060606\cdots = 0.\dot{0}\dot{6}$

7. 부등식 $\frac{3}{10} < x \leq 2.\dot{9}$을 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$2.\dot{9} = \frac{27}{9} = 3$

$\frac{3}{10} < x \leq 3$

$\therefore x = 1,\ 2,\ 3$
즉, 3개

8. $\left(\frac{3}{2}xy\right)^2 \div \left(-\frac{3}{4}x^a y\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) = -6x^3y^4$일 때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{9}{4}x^2y^2 \times \frac{16}{9x^{2a}y^2} \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) = -6x^{2-2a+3}y^{2-2+b}$

$= -6x^3y^4$

$2 - 2a + 3 = 3 \quad \therefore a = 1$

$b = 4$

$\therefore a + b = 5$

9. $\dfrac{6x^2-9x}{3x}-\dfrac{x^2-8x-4}{2}=ax^2+bx+c$ 에서 $ab-c$ 의 값을 구하면?

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

$\dfrac{6x^2-9x}{3x}=2x-3$

$2x-3-\dfrac{1}{2}x^2+4x+2=-\dfrac{1}{2}x^2+6x-1$

$\therefore\ a=-\dfrac{1}{2},\ b=6,\ c=-1$

$\therefore\ ab-c=\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 6-(-1)=-3+1=-2$

10. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x+\frac{1}{6}y-\frac{1}{3}\right)$을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$의 값은?

① $\frac{15}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ 11 ④ 15 ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{5}{3}x\right)+\frac{3}{4}xy\times\frac{1}{6}y+\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{4}x^2y+\frac{1}{8}xy^2-\frac{1}{4}xy$

따라서 $a=\left(-\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a|=11$ 이다.

11. $(3x+ay-2)(2x-y+4)$를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

$6x^2-3xy+12x+2axy-ay^2+4ay-4x+2y-8$
$=6x^2+8x+(2a-3)xy-ay^2+(4a+2)y-8$
$6+8+(2a-3)-a+(4a+2)=8$
$5a+13=8$
$\therefore a=-1$

12. 다음 식을 전개한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(x+8)(x-1)=x^2+7x-8$

② $(x-2)(x-7)=x^2-9x+14$

③ $(x+3)(x-4)=x^2+x-12$

④ $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)=x^2-\frac{19}{15}x+\frac{2}{5}$

⑤ $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$

해설

③ $(x+3)(x-4)=x^2-x-12$

13. $(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

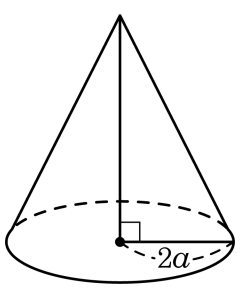
▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$
$= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{xy}{4}$
$= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \times \frac{4}{xy}$
$= 60 - 8x^2 - 20y$
x^2 의 계수 -8, y 의 계수 -20, 상수항 60
이들의 합을 구하면 $-8 - 20 + 60 = 32$ 이다.

14. 다음과 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2a$, 원뿔의 부피가 $(24a^3b - 20a^2b)\pi$ 라고 한다. $a = 2$, $b = 3$ 일 때, 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times$ (밑넓이) $\times$ (높이)

(원뿔의 부피) $= (24a^3b - 20a^2b)\pi$

(밑넓이) $= \pi(2a)^2 = 4\pi a^2$

$(24a^3b - 20a^2b)\pi = \frac{4\pi a^2}{3} \times h$

$h = (24a^3b - 20a^2b)\pi \times \frac{3}{4\pi a^2}$

$h = (6ab - 5b) \times 3$

$\therefore h = 18ab - 15b$

$a = 2,\ b = 3$ 일 때,

$18ab - 15b = 18 \times 2 \times 3 - 15 \times 3 = 108 - 45 = 63$

15. x가 $1 < x \leq 20$인 자연수일 때, $\frac{1}{x}$이 유한소수가 되도록 하는 모든 x의 값이 합은?

① 60 ② 62 ③ 65 ④ 68 ⑤ 70

해설

x가 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20일 때, $\frac{1}{x}$이 유한소수가 된다.

16. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{13665}{99900}$ 이므로 $ab = 13$ 이다.

따라서 $13665 = abcde - 13$

$abcde = 13665 + 13$

$\therefore\ abcde = 13678$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 25$

17. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, $a,\ b,\ c,\ m$ 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$

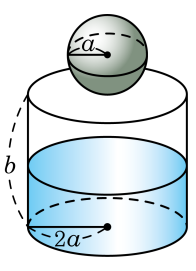
$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$

$am = 8,\ bm = 12,\ cm = 20$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4 이다.

18. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$　② $\frac{2}{3}a$　③ a
④ $\frac{4}{3}a$　⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

(쇠공의 부피) $= \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$ 만큼 높아진다.

19. $\frac{3x^2-4x+1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2-7x+3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $\frac{x^2-11x+4}{2}$
② $\frac{5x^2-3x+2}{4}$
③ $\frac{10x^2-9x+1}{4}$
④ $\frac{10x^2-21x+9}{4}$
⑤ $\frac{21x^2-9x+11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}+A=\frac{2x^2-7x+3}{4}$$

$$\begin{aligned}\therefore A &= \frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{3x^2-4x+1}{2}\\ &= \frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{6x^2-8x+2}{4}\\ &= \frac{-4x^2+x+1}{4}\end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned}&\frac{3x^2-4x+1}{2}-\frac{-4x^2+x+1}{4}\\ &=\frac{6x^2-8x+2}{4}-\frac{-4x^2+x+1}{4}\\ &=\frac{10x^2-9x+1}{4}\end{aligned}$$

20. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$, $\frac{4}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 4y$ 이다.

$\frac{x^2 + 4y^2}{xy} = \frac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5$

21. 한자리 자연수 $a,\ b,\ c$는 $a < b < c$이고 차례로 1 씩 증가한다고 한다. 이 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 가 차례로 일정한 크기의 수만큼 증가하여 만들어진다고 할 때, a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = 8$

해설

$0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 에 대해 차례로 증가하는 일정한 크기의 수를 k 라고 하면,

$k = \frac{10c + a}{99} - \frac{a}{9} = \frac{100 + b - 1}{99} - \frac{10c + a}{99}$ 이므로

$20c = 9a + b + 99 \cdots$ ㉠

$a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가하므로 $b = a + 1 \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$20c = 9a + a + 1 + 99 = 10(a + 10)$

$2c = a + 10$ 이고

$a,\ c$ 는 한자리 자연수이고 $c = a + 2$ 이므로, $a = 6,\ c = 8$

따라서 $a = 6,\ b = 7,\ c = 8$ 이다.

22. n 이 자연수일 때, 다음을 간단히 하여라.
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식을 지수법칙에 의하여 간단히 하면
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^n x^n \times (-1)^{n+3}(x)^{n+3} + x^{2n+3}$
$= (-1)^{2n+3}x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$2n+3$ 은 n 이 짝수일 때와 홀수일 때 모두 홀수이므로
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^{2n+3}x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$= -x^{2n+3} + x^{2n+3} = 0$

23. 음이 아닌 수 a, b에 대하여 $2^a+2^b \le 1+2^{a+b}$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)이 성립한다. $a+b+c=4$일 때, $2^a+2^b+2^c$의 최댓값을 구하여라. (단, $c \ge 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a+2^b+2^c \le 1+2^{a+b}+2^c$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a+b=0$ 또는 $c=0$일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^4)$
$2^a+2^b+2^c \le 18$
따라서 최댓값은 18 ($a=0$, $b=0$ 또는 $b=0$, $c=0$ 또는 $c=0$, $a=0$ 일 때)

24. $\left(\frac{16^4+4^{11}}{8^4+4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4+4^{11}}{8^4+4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4+(2^2)^{11}}{(2^3)^4+(2^2)^9}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}+2^{22}}{2^{12}+2^{18}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}(1+2^6)}{2^{12}(1+2^6)}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\ &= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

25. $3^m(3^n+1)=2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m\times n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2430=243\times 10=3^5\times(3^2+1)$

$m=5,\ n=2$

$\therefore\ m\times n=10$