1. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값을 구하면?

① 0 ② −1 ③ 1 ④ −2 ⑤ 2

해설

로그의 성질에 의하여
$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ 이므로

$$\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 \left(6 \div \frac{3}{2}\right)$$
$$= \log_2 \left(6 \times \frac{2}{3}\right) = 2$$

2. $(\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75$의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\log_3 2$ ⑤ $\log_2 3$

해설

$$\begin{aligned}
&(\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75 \\
&= (\log_3 2)(\log_2 5) - \log_9 75 \\
&= \log_3 5 - \frac{1}{2}\log_3 75 \\
&= \log_3 \frac{5}{5\sqrt{3}} \\
&= \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} \\
&= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

3. $\log_{10} 2 = a,\ \log_{10} 3 = b$일 때, $\log_{10} 12$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $2ab$　② a^2b　③ $2a + b$

④ $a^2 + b$　⑤ $a + 2b$

해설

$\log_{10} 12 = \log_{10} (3 \times 2^2)$
$= \log_{10} 3 + \log_{10} 2^2$
$= \log_{10} 3 + 2\log_{10} 2$
$= b + 2a$

4. $\sqrt[3]{2^a}=4$, $\log_3 b=1-\log_3\dfrac{1}{9}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 162

해설

$\sqrt[3]{2^a}=4 \Leftrightarrow 2^{\frac{a}{3}}=2^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{a}{3}=2 \Leftrightarrow a=6$

$\log_3 b=1-\log_3\dfrac{1}{9}$

$\Leftrightarrow \log_3 b=\log_3 3+\log_3 3^2$

$\Leftrightarrow \log_3 b=\log_3 3^3$

$\Leftrightarrow b=3^3$

$\therefore ab=6\times 3^3=162$

5. $\log x = \bar{2}.6044$ 일 때, $\log x^2$ 의 값은?

① $\bar{2}.3022$　② $\bar{3}.2088$　③ $\bar{4}.5110$

④ $\bar{5}.4890$　⑤ $\bar{6}.5110$

해설

$\log x = \bar{2}.6044 = -2 + 0.6044$ 이므로

$\log x^2 = 2\log x$

$= 2(-2 + 0.6044)$

$= -4 + 1.2088$

$= -3 + 0.2088$

$= \bar{3} + 0.2088$

6. 다음 식의 값 중 값이 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$ ② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$ ④ $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{16}$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \dfrac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16 = \dfrac{\log 3 \cdot \log 5 \cdot \log 16}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 5}$

$= \dfrac{\log 16}{\log 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 16 = \log_2 16 = 4$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \dfrac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

7. $\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\log_{\sqrt{2}} 9^{\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{2\log_3 8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 3^{\log_3 64}$

$= \log_{2^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^6 = 12$

8. $\log_3 10$의 소수부분을 α라 할 때, 3^{α}의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha \ (0 \le \alpha < 1)$이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$이 된다.

따라서 $3^{\alpha} = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$이다.

9. $5^a = 2,\ 5^b = 3$이라 할 때, $\log_6 72$를 a와 b의 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{a+b}{a-b}$　② $\dfrac{2a+b}{b-a}$　③ $\dfrac{2a-b}{a+b}$

④ $\dfrac{2a+b}{a+b}$　⑤ $\dfrac{3a+2b}{a+b}$

해설

$a = \log_5 2,\ b = \log_5 3$

$\log_6 72 = \dfrac{3\log_5 2 + 2\log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \dfrac{3a+2b}{a+b}$

10. a, x, y가 양의 실수이고 $A=\log_a \dfrac{x^2}{y^3}$, $B=\log_a \dfrac{y^2}{x^3}$일 때, $3A+2B$와 같은 것은? (단, $a\neq 1$)

① $\log_a \dfrac{1}{x^5}$　② $\log_a \dfrac{1}{y^5}$　③ $\log_a \dfrac{1}{xy}$

④ $\log_a \dfrac{x^5}{y^5}$　⑤ $\log_a \dfrac{x^5}{y^7}$

해설

$3A+2B$

$=3(2\log_a x-3\log_a y)+2(2\log_a y-3\log_a x)$

$=-5\log_a y=\log_a \frac{1}{y^5}$

11. $\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 일 때, 양수 A 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5326	.5250
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378
3.5	.5441	.5435	.5465	.5478	.5490	.5502

① 0.3020 ② 0.355 ③ 1.35

④ 2.30 ⑤ 2.33

해설

$\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 에서
$\log 31.4 + \log A = 1.0471$
$\log A = 1.0471 - \log 31.4$
$= 1.0471 - (1 + \log 3.14)$
$= 1.0471 - (1 + 0.4969)(\because$ 로그표에서 $\log 3.14 = 0.4969)$
$= -0.4498$
$= -1 + 0.5502$
그런데 주어진 로그표에서 $\log 3.55 = 0.5502$ 이므로 $A = 0.355$ 이다.

12. 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열을 $\{a_n\}$이라 할 때, 수열 $b_n = 2^{a_n}$이다. 수열 $\{b_n\}$에서 처음으로 2000보다 커지는 항은? (단, $\log 2 = 0.3010$)

① 제5항 ② 제6항 ③ 제7항
④ 제8항 ⑤ 제9항

해설

$a_n = 2n$이므로 $b_n = 2^{2n}$
$4^n > 2000$에서 $2n\log 2 > \log 2000$
$\therefore\ n > \dfrac{3.3010}{0.6020} = 5.48\times\times\times$
따라서 제6항부터 처음으로 2000보다 커진다.

13. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$　② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$

③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$　④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$

⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$3\log_3 3 = 3$

$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4$　$\therefore\ 1 < \log_2 3 < 2$

$2\log_2 4 = 4$

$\therefore\ \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$

14. 다음 두 조건을 만족하는 양수 x의 값을 모두 곱하면 10^k이다. 이때, k의 값은?

· x는 세 자리 정수이다. · $\log x^2$와 $\log^{\frac{1}{x}}$의 소수부분은 같다.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

x의 정수부분이 세 자리이므로 $\log x$의 정수부분은 2이다.

$2 \le \log x < 3 \cdots$㉠

$\log x^2$과 $\log \frac{1}{x}$의 소수부분이 같으므로 $\log x^2 - \log \frac{1}{x}$의 값은 정수이어야 한다.

$\log x^2 - \log \frac{1}{x} = 2\log x + \log x = 3\log x$(정수)

㉠에 의하여 $6 \le 3\log x < 9$이므로

$3\log x = 6$ 또는 $3\log x = 7$ 또는 $3\log x = 8$

$\log x = 2$ 또는 $\log x = \frac{7}{3}$ 또는 $\log x = \frac{8}{3}$

따라서 $10^2 \cdot 10^{\frac{7}{3}} \cdot 10^{\frac{8}{3}} = 10^{2+\frac{7}{3}+\frac{8}{3}} = 10^7$

$\therefore\ k = 7$

15. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 일 때, 3^4 는 몇 자리 정수인가?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\log 3^4 = 4 \log 3$
$= 4 \times 0.4771 = 1.9084$
따라서 $\log 3^4$ 의 지표는 1 이므로 3^4 은 2 자리 정수이다.

16. $\log x$의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$의 정수 부분을 n, 소수 부분을 α라 할 때 $n+8\alpha$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\log x = 3+\beta \ (0 \le \beta < 1)$

$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3}\log x = 1 + \frac{\beta}{3}$

$\therefore \ \beta + \frac{\beta}{3} = 1$

$\therefore \ \beta = \frac{3}{4}$

$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2}(3+\alpha) = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

$n = 2, \ \alpha = \frac{1}{4}$

$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$

17. 상용로그 $\log A$의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $2x^2+3x+k=0$의 두 근이고, 상용로그 $\log B$의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $3x^2-4kx-3=0$의 두 근일 때, $\dfrac{A}{B}$의 값은? (단, k는 상수)

① $10^{-\frac{5}{6}}$ ② $10^{-\frac{1}{6}}$ ③ $10^{\frac{5}{6}}$ ④ $10^{\frac{7}{6}}$ ⑤ $10^{\frac{11}{6}}$

해설

$\log A = n+\alpha$(n은 정수, $0 \le \alpha < 1$)라 하면
n과 α는 이차방정식 $2x^2+3x+k=0$의 두 근이므로
근과 계수의 관계에 의하여

$n+\alpha = -\dfrac{3}{2}$, $n\alpha = \dfrac{k}{2}$

$n+\alpha = -2+\dfrac{1}{2}$이므로 $n=-2$, $\alpha = \dfrac{1}{2}$

$\therefore k = 2n\alpha = 2\cdot(-2)\cdot\dfrac{1}{2} = -2$

따라서 이차방정식 $3x^2+8x-3=0$에서

$(x+3)(3x-1)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \log B = -3+\dfrac{1}{3} = -\dfrac{8}{3}$

$\therefore A = 10^{-\frac{3}{2}}, B = 10^{-\frac{8}{3}}$

$\therefore \dfrac{A}{B} = 10^{-\frac{3}{2}+\frac{8}{3}} = 10^{\frac{7}{6}}$

18. $\dfrac{[\log 20010]+[\log 2.001]}{[\log 0.02001]}$의 값은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$[\log x]$는 x의 지표이므로

$[\log 20010]=4,\ [\log 2.001]=0,\ [\log 0.02001]=-2$

$\therefore \dfrac{[\log 20010]+[\log 2.001]}{\log 0.02001}=\dfrac{4+0}{-2}=-2$

19. $\log_{x-2}(-x^2+4x)$가 정의되기 위한 정수 x의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(i) 밑의 조건 : $x-2>0$이고 $x-2\neq 1$
$\therefore\ x>2$이고 $x\neq 3$
(ii) 진수 조건 : $-x^2+4x>0$
$\therefore\ 0<x<4$
따라서, (i), (ii)에서 $2<x<4$이고 $x\neq 3$이므로
이를 만족하는 정수 x는 없다.

20. 다음은 2.3^9 의 값을 구하는 과정이다.

$\log 2.3^9 = 9\log 2.3 = (\text{㉠})$
$\log 1.8 = 0.2553$ 이므로
$\log 2.3^9 = 3 + 0.2553$
$= 3 + \log 1.8$
$= \log(\text{㉡})$
$\therefore 2.3^9 = (\text{㉡})$

위의 과정에서 (㉠), (㉡)에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은? (단, $\log 1.8 = 0.2553,\ \log 2.3 = 0.3617$)

① 3.2553, 1800 ② 3.2553, 180 ③ 4.2553, 2800
④ 4.52553, 280 ⑤ 5.2553, 18000

해설

$\log 2.3 = 0.3617$ 이므로
$\log 2.3^9 = 9\log 2.3 = 9 \times 0.3617 = 3.2553$
$\log 1.8 = 0.2553$ 이므로
$\log 2.3^9 = 3 + 0.2553$
$= 3 + \log 1.8 = \log 10^3 + \log 1.8$
$= \log(10^3 + 1.8) = \log 1800$
따라서 $2.3^9 = 1800$

21. $\log x$와 $\log \frac{10}{x}$의 정수 부분의 합과 소수 부분의 합을 순서대로 나열한 것은? (단, $\log x$의 소수 부분은 0이 아니다.)

① 1, −1 ② −1, 1 ③ 0, 1 ④ 1, 1 ⑤ 1, 0

해설

$\log x = n + \alpha,\ (0 < \alpha < 1)$이라하면

$\log \frac{10}{x} = 1 - \log x$

$= 1 - n - \alpha$

$= 1 - n - \alpha + 1 - 1$

$= -n + 1 - \alpha$

$0 < \alpha < 1$이므로 $0 < 1 - \alpha$

$\therefore$ $\log \frac{10}{x}$의 정수 부분 : $-n$, $\log \frac{10}{x}$의 소수 부분 : $1 - \alpha$

정수 부분의 합 : $n - n = 0$

소수 부분의 합 : $\alpha + 1 - \alpha = 1$

22. 3^{20}은 m자리의 정수이고, $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$은 소수 제 n번째 자리에서 처음으로 0 아닌 숫자가 나타난다. $m+n$의 값을 구하여라. (단, $\log 3 = 0.4771$)

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\log 3^{20} = 20\log 3 = 20 \times 0.4771 = 9.542$
지표 $= 9$ 이므로 자릿수 $=10$
$\therefore m = 10$
$\log\left(\frac{1}{3}\right)^{10} = 10\log\frac{1}{3} = -10\log 3$
$= -4.771$
$= -5 + (1 - 0.771)$
지표$= \bar{5}$이므로
소수점 아래 5번째 자리에서 처음으로 0 아닌 숫자가 나온다.
$\therefore n = 5$
$\therefore m + n = 10 + 5 = 15$

23. 3^{30} 은 n 자리 자연수이고 가장 큰 자리의 숫자가 a 이다. 이때, $n+a$ 의 값을 구하여라. (단, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4471$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$\log_{10} 3^{30} = 30 \log_{10} 3$
$= 30 \times 0.4771 = 14.313$

$\log_{10} 3^{30}$ 의 지표가 14 이므로 3^{30} 은 15 자리 자연수이다. 즉, $n = 5$ 이다.

한편, $\log_{10} 3^{30}$ 의 가수는 0.313

$0.3010 = \log_{10} 2 < 0.313 < \log_{10} 3 = 0.4771$

따라서, 3^{30} 의 숫자의 배열은 $\underbrace{2 \times \times \times \cdots \times}_{14\text{개}}$ 이므로 가장 큰 숫자는 2 이다.

즉, $a = 2$ 이다.

$\therefore n + a = 15 + 2 = 17$

24. $\log x$의 정수 부분이 3이고, $\log x$의 소수 부분과 $\log \frac{1}{x}$의 소수 부분이 같을 때, x의 값은?(단, $\log x$의 소수 부분은 0이 아니다.)

① $10^{\frac{3}{2}}$ ② $10^{\frac{5}{2}}$ ③ $10^{\frac{10}{2}}$ ④ $10^{\frac{7}{2}}$ ⑤ $10^{\frac{11}{3}}$

해설

$\log x$의 정수 부분이 3이므로 $3 \le \log x < 4 \cdots$㉠

$\log x$의 소수 부분과 $\log \frac{1}{x}$의 소수 부분이 같으므로 $\log x - \log \frac{1}{x}$ =(정수)이어야 한다.

$\log x - \log \frac{1}{x} = \log x + \log x = 2\log x$(정수)

㉠에 의하여 $6 \le 2\log x < 8$이고, 이 범위를 만족하는 정수는 6, 7이다.

(i) $2\log x = 6$일 때, $\log x = 3$

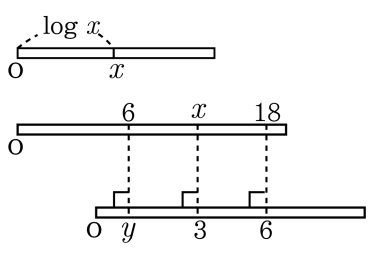
(i) $2\log x = 7$일 때, $\log x = \frac{7}{2}$

그런데 $\log x$의 소수 부분은 0이 아니므로

$\log x = \frac{7}{2}$

$\therefore\ x = 10^{\frac{7}{2}}$

25. 아래쪽 그림과 같이 점 O를 시점으로 하여 거리가 $\log x (x > 1)$가 되는 곳의 눈금을 x로 정한 자가 있다. 같은 종류의 두 개의 자의 눈금이 아래 그림과 같이 일치하였을 때, $x - 2y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

위의 그림과 같이 자 A에서 원점에서 거리가 6인 지점을 L, x인 지점을 M, 18인 지점을 N, 자 B에서 원점에서 거리가 y인 지점을 P, 3인 지점을 Q, 6인 지점을 R이라 하면

MN = QR이므로 $\log 18 = \log x = \log 6 - \log 3$에서 $\log \frac{18}{x} = \log \frac{6}{3}$

$\therefore\ x = 9$

LN = PR이므로

$\log 18 - \log 6 = \log 6 - \log y$에서

$\log \frac{18}{6} = \log \frac{6}{y}$ $\therefore\ y = 2$

$\therefore\ x - 2y = 9 - 4 = 5$