

1. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에 의하여 점 $(-4, 8)$ 은 점 (a, b) 로 옮겨진다. 이때 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 이므로

$(-4, 8) \rightarrow (-4 + 2, 8 - 1) = (-2, 7)$

$\therefore a + b = 5$

2. 다음 중 직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 직선의 식은?

① $y = -3x - 2$

② $y = 3x + 2$

③ $y = -3x + 2$

④ $y = -3x + 4$

⑤ $y = 3x - 4$

해설

직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로
2 만큼 평행이동 시킨 직선은

$$y - (-2) = -3x$$

$$\therefore y = -3x - 2$$

3. 직선 $2x + y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x - y + 1 = 0$ ③ $2x + y - 1 = 0$
④ $2x + y + 3 = 0$ ⑤ $2x + y - 2 = 0$

해설

x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼
평행이동하므로 주어진 방정식은

$2(x - 3) + (y + 2) + 5 = 0$ 으로 이동된다.

따라서, $2x + y + 1 = 0$

4. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{5}{4}$

③ 3

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를

x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$

따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

5. 직선 $x-2y+4=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은?

① $x+2y+4=0$

② $x+2y-4=0$

③ $x-2y-4=0$

④ $2x-y+4=0$

⑤ $x-2y=0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

6. 원 $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 3$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3$

② $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 3$

④ $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$

⑤ $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 3$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

7. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

① (x 축) : $y = 3x - 2$

② (y 축) : $y = -3x - 2$

③ (원점) : $y = 3x + 2$

④ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

⑤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

① x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

② y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

③ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

④ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

⑤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

8. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3}x + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

9. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭인 도형이 되었다. 이때 $2m - n$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\text{원 } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0,$$

$$\text{즉 원 } (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1 \text{을}$$

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼
평행이동한 도형은 중심이 $(-1 + m, 2 + n)$ 이고
반지름의 길이가 1인 원이다.

이때 두 원이 직선 $y = x$ 에 대칭이므로

$$(-1 + m, 2 + n) = (2, -1)$$

$$m = 3, n = -3 \text{이므로 } 2m - n = 9$$

10. 포물선 $y = x^2 - 2x$ 를 $f : (x, y) \rightarrow (x-a, y-1)$ 에 의하여 평행이동한 곡선과 직선 $y = 2x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = x^2 - 2x$ 를 주어진 조건에 의하여

$$\text{평행이동하면 } (y+1) = (x+a)^2 - 2(x+a)$$

$$y = x^2 + (2a-2)x + a^2 - 2a - 1$$

이 곡선이 직선 $y = 2x$ 와 접하므로

y 에 $2x$ 를 대입하여 정리하면

$$x^2 + (2a-4)x + a^2 - 2a - 1 = 0 \text{ 이고}$$

이 방정식의 두 근이 두 교점이 된다.

두 교점의 x 좌표를 x_1, x_2 라 하면

$$x_1 + x_2 = -(2a-4)$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-(2a-4)}{2} = 0 \text{ 이므로 } a \text{ 의 값은 } 2$$

11. 직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 있다. 이 직선에서 점 $(1, 1)$ 까지의 거리가 2 일 때, 상수 k 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 직선의 방정식은 $5y + 12x + k = 0$

즉, $12x + 5y + k = 0$

이 직선과 점 $(1, 1)$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + k|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|17 + k|}{13} = 2$$

$$|k + 17| = 26$$

$$k + 17 = \pm 26$$

$$\therefore k = 9 \text{ 또는 } k = -43$$

따라서, 구하는 상수 k 의 모든 값의 합은

$$9 + (-43) = -34$$

12. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x+1)^2 + (y-8)^2 = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦은 원 $(x+1)^2 + (y-8)^2 = 1$ 과

직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이므로
두 원의 중심 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의
중점이 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{4+8}{2} \right), \text{ 즉 } (2, 6) \text{ 이므로}$$

$$3 \cdot 2 + a \cdot 6 + 6 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

13. 두 포물선 $y = x^2 - 6x + 10$ 과 $y = -x^2 + 2x - 5$ 가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표는?

① $\left(5, \frac{3}{2}\right)$

② $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$

③ $(0, 2)$

④ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

⑤ $(2, 5)$

해설

$$y = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = -x^2 + 2x - 5 = -(x - 1)^2 - 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

포물선 ㉠, ㉡의 꼭짓점의 좌표는

각각 $(3, 1)$, $(1, -4)$ 이고

두 포물선이 점 P 에 대하여 대칭이므로

점 P 는 두 포물선의 꼭짓점의 중점이다.

$$\frac{3+1}{2} = 2, \quad \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$$

따라서, 점 P 는 $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ 이다.

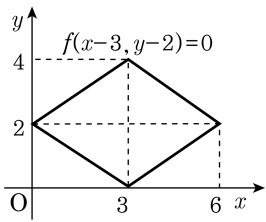
14. 점 A 를 직선 $l : y = 2x + 3$ 에 대하여 대칭이동을 한 점을 점 B 라고 할 때, 다음 설명 중 틀린 것은?

- ① 점 A 와 점 B 의 중점은 직선 l 을 지난다.
- ② $\overline{AB}$ 와 직선 l 은 직교한다.
- ③ 점 A 를 지나는 임의의 직선 m 을 l 에 대하여 대칭이동을 하여 생기는 직선은 반드시 점 B 를 지난다.
- ④ 점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 오직 하나 뿐이다.
- ⑤ 점 B 를 직선 l 에 대하여 대칭이동을 한 점은 A 이다.

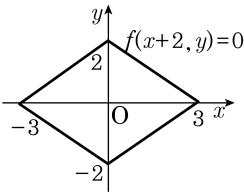
해설

점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에
대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때,
 m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은
직선 l 과 평행한 경우와 수직인 경우 2가지이다.

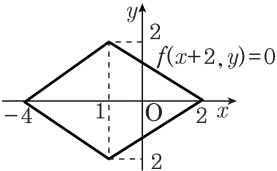
15. 방정식 $f(x-3, y-2) = 0$ 이 나타내는 도형이 다음 그림과 같을 때 방정식 $f(x+2, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 좌표 평면 위에 바르게 나타낸 것은?



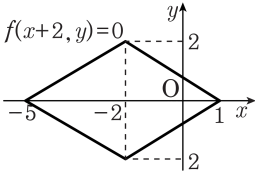
①



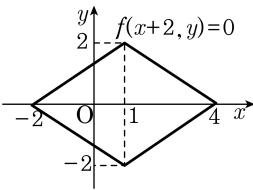
②



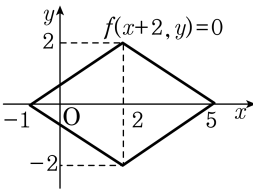
③



④

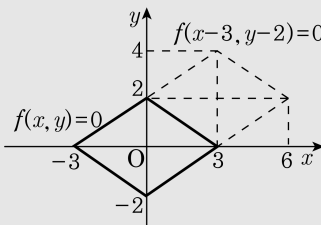


⑤

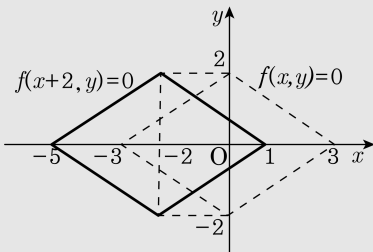


해설

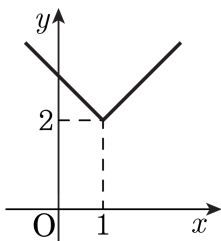
주어진 $f(x-3, y-2) = 0$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 다음 그림과 같이 $f(x, y) = 0$ 의 그래프를 얻을 수 있다.



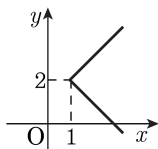
$f(x+2, y) = 0$ 은 $f(x, y) = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.



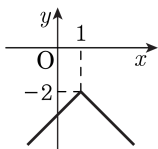
16. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형은?



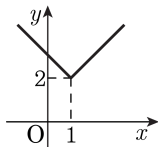
①



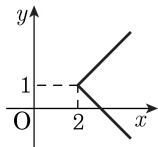
②



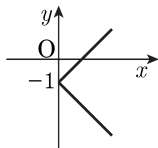
③



④



⑤



해설

도형 $f(x, y) = 0$ 을 $y = x$ 에 대해 대칭이동하면 $f(y, x) = 0$ 이 된다.

따라서 (1, 2) 는 (2, 1) 로 이동되며,
도형 전부를 대칭이동하면 4 번의 그림이 된다.

17. 다음 중 원 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 2$

② $x^2 + y^2 = 3$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 5$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 에서 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ①이다.

18. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

- ㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.
㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.
㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

① 4회

② 5회

③ 6회

④ 7회

⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$
 $\therefore 5$ 회 이동한다.

19. 직선 $y = 2x + 8$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 직선 l_1 과 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 직선 l_2 가 모두 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 제2 사분면에서 접한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x + 8$ 을 평행이동하면
원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접하므로 접선의
기울기는 2 이다.

원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 제2 사분면에서 접
하고 기울기가 2 인 접선의 방정식은
 $y = 2x + \sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + 2^2}$

즉, $y = 2x + 5$ 이고,

이것이 두 직선 l_1, l_2 와 일치한다.

이때, 직선 $y = 2x + 8$ 을 x 축의 방향으로
 m 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y = 2(x - m) + 8 \quad \therefore l_1 : y = 2x - 2m + 8$$

이것이 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하므로

$$-2m + 8 = 5 \quad \therefore m = \frac{3}{2}$$

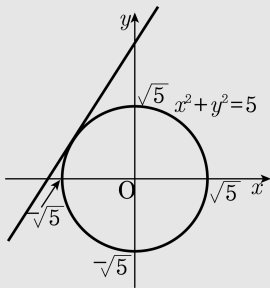
또한, 직선 $y = 2x + 8$ 을 y 축의 방향으로 n 만큼
평행이동한 직선의 방정식은

$$y - n = 2x + 8 \quad \therefore l_2 : y = 2x + 8 + n$$

이것이 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하므로

$$8 + n = 5 \quad \therefore n = -3$$

$$\therefore m + n = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$



20. 점 (5, 3) 을 지나는 직선을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동 시킨 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰을 때, 이동된 직선이 점 $(-10, -5)$ 를 지난다고 한다. 이 때, 이동되기 전의 직선의 방정식은?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{5}x + 2$

③ $y = \frac{1}{3}x - 2$

④ $y = 4x + 1$

⑤ $y = \frac{2}{5}x - 3$

해설

구하는 직선의 기울기를 m 이라 하면

$$y - 3 = m(x - 5)$$

$$y = mx - 5m + 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

①을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시키면

$$y - 1 = mx - 5m + 3$$

$$\therefore y = mx - 5m + 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

②를 다시 원점에 대하여 대칭이동시키면

$$-y = -mx - 5m + 4$$

$$\therefore y = mx + 5m - 4 \cdots \textcircled{㉢}$$

③의 그래프가 점 $(-10, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = -10m + 5m - 4 \therefore m = \frac{1}{5}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{5}x + 2$

21. 포물선 $y = x^2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시켰더니 직선 $y = x - 1$ 에 접하였다. 이 때, a 의 값은?

① $-\frac{7}{4}$

② $-\frac{5}{4}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ 0

해설

$y = x^2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = x^2$ 이고

이를 다시 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동 하면,

$$-(y - a) = x^2, \quad y = -x^2 + a$$

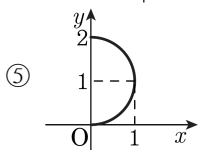
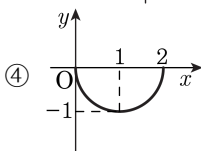
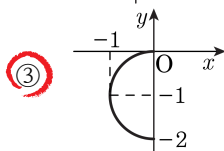
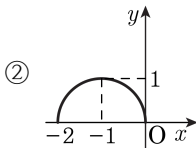
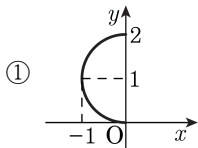
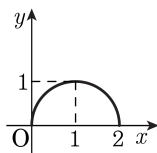
이 곡선이 $y = x - 1$ 에 접하려면

$$x - 1 = -x^2 + a, \quad x^2 + x - a - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = 1^2 - 4(-a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{4}$$

22. 도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,
 도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프는

도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프를

직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동 한 것이다.

23. 곡선 $y = x^2 - 3x$ 와 $y = -x^2 + x + 6$ 이 점 $P(a, b)$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = x^2 - 3x \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = -x^2 + x + 6 \quad \cdots \textcircled{㉡} \text{ 이라고 하자.}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 이 점 $P(a, b)$ 에 대칭이면 두 곡선의 꼭지점의 중점이 점 P 이다.

$$\textcircled{㉠} : y = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \quad \text{꼭지점} \left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$

$$\textcircled{㉡} : y = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 6$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \quad \text{꼭지점} \left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$$

$\therefore$ 중점 $(1, 2)$ 이 점 $P(a, b)$ 이다.

$\therefore a = 1, b = 2$ 이므로 $a + b = 3$

24. 직선 $y = 2x + 1$ 을 직선 $y = x - 1$ 에 대하여 대칭이동 시킬 때, 이동된 도형의 방정식을 구하면?

① $x - 2y - 3 = 0$

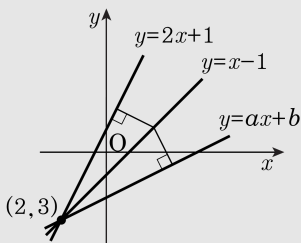
② $x - 2y - 4 = 0$

③ $2x - 3y + 3 = 0$

④ $2x - 3y + 4 = 0$

⑤ $2x - 3y + 5 = 0$

해설



i) 먼저 $y = 2x + 1$ 과 $y = x - 1$ 의 교점을 구하면 $(2, 3)$ 이다.
그리고 이점은 $y = ax + b$ 를 지난다.

$$\therefore 3 = 2a + b$$

ii) 그리고 $y = x - 1$ 의 임의의 점에서

$y = 2x + 1$, $y = ax + b$ 에 이르는 거리는 같다.

$y = ax + b$ 와의 거리 :

$$\frac{|a + 0 + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{|a + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

i) 에서 구한

$2a + b = 3$ 을 이용하여 연립하면

$$a = 2, b = 1 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}, b = -2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - 2$$

($\because y = 2x + 1$ 는 두 직선이 일치)

25. 정점 A(3, 2) 과 직선 $y = x + 1$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 가 최소가 되는 거리는?

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$ ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

점 (x, y) 를 직선 $y = x + k$ 에 대하여
대칭이동하면 $(y - k, x + k)$

점 A의 $y = x + 1$ 에 대한 대칭점을 A' ,
점 A의 x 축에 대한 대칭점을 A'' 이라 하면

$$A'(1, 4), A''(3, -2)$$

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} =$$

$$\overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''} \text{ 이므로}$$

$$\text{한편, } \overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$$

따라서, 최솟값은 $2\sqrt{10}$