

1. 두 이차방정식 $x^2-2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근을 고르면?

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$(x+3)(x-5)=0, x=-3, 5$$

$$(x+3)(x-3)=0, x=-3, 3$$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 -3 이다.

2. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$2x^2 - 9x + 9 = 0, \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(2x - 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{또는} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$(2x - 3)(2x - 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{1}{2}$$

3. 이차방정식 $3(x-4)^2-9=0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$3(x-4)^2-9=0$$

$$(x-4)^2=3$$

$$x=4\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore (4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=16-3=13$$

4. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(x - 4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a + b = (4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) = 8$$

5. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

6. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$

② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$

④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1$,
 $x = 2$ 일 때이다.

7. x 값의 범위가 $0 \leq x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, x = 2$$

x 의 범위가 $0 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

8. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 주어진 방정식은 } \frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{양변에 10 을 곱하고 정리하면 } x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

9. 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 다른 근의 값을 b 라 할 때, $a + 8b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은 $x = -1$ 이므로 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

따라서 두 근의 합은 1 이다.

$3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 - 5 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = B \pm \sqrt{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 + 4x + 4 = -A + 4$$

$$(x + 2)^2 = -A + 4$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{-A + 4}$$

$$B = -2, -A + 4 = 3, A = 1$$

$$\therefore A - B = 1 + 2 = 3$$

12. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

13. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

14. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

15. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

16. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} \ a=2, b=1$	$\textcircled{\text{㉡}} \ a=3, b=1$
$\textcircled{\text{㉢}} \ a=1, b=-1$	$\textcircled{\text{㉣}} \ a=2, b=-1$

- ① $\textcircled{\text{㉠}}$
- ② $\textcircled{\text{㉡}}$
- ③ $\textcircled{\text{㉣}}$
- ④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}$
- ⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$

해설

$a-2=0$ 또는 $b+1=0$
 $a=2$ 또는 $b=-1$
따라서 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 이다.

17. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

18. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

20. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

21. x 에 관한 방정식 $(x-m)(x-n) = \frac{mnx}{m+n}$ ($m \neq -n$)의 해를 p, q 라 할 때, pq 를 m, n 을 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : mn

해설

$(x-m)(x-n) = \frac{mnx}{m+n}$ 를 전개하여 정리하면

$$(m+n)x^2 - (m^2 + 3mn + n^2)x + mn(m+n) = 0$$

$$\{x - (m+n)\} \{(m+n)x - mn\} = 0$$

$$\therefore x = m+n, \text{ 또는 } x = \frac{mn}{m+n}$$

따라서 $pq = (m+n) \frac{mn}{m+n} = mn$ 이다.

22. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x = 1, x = p \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x = -1, x = q \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$, $x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,
 $\textcircled{\text{㉠}}$ 에서 공통근은 $x = p$
 $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$
 $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$
 $\therefore p = 4q = -1, \quad p - 4q = 0$
 $\therefore p - 4q - 1 = -1$

23. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠ $3x + 5 = m + 1$

㉡ $3x^2 + 2x - 9 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x - 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{28}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

$$\textcircled{1} \quad 3x + 5 = m + 1$$

$$\therefore x = \frac{m - 4}{3}$$

$$\frac{-1 - 2\sqrt{7}}{3} < \frac{m - 4}{3} < \frac{-1 + 2\sqrt{7}}{3}$$

$$-1 - 2\sqrt{7} < m - 4 < -1 + 2\sqrt{7}$$

$$3 - 2\sqrt{7} < m < 3 + 2\sqrt{7}$$

정수 m 의 최솟값은 -2 , 최댓값은 8 이다.

$$\therefore -2 + 8 = 6$$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

증근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는 (a, b) 를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

- ① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$
④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$