

1. 다음 두 식 $3x^2 - 8x + 5$, $6x^2 - 7x - 5$ 의 공통인 인수로 알맞은 것을 고르면?

- ① $3x - 5$ ② $x - 1$ ③ $2x + 1$
④ $x + 4$ ⑤ $3x + 5$

해설

$$3x^2 - 8x + 5 = (3x - 5)(x - 1)$$

$$6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1)$$

공통인 인수 : $3x - 5$

2. $x^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})x + \sqrt{35}$ 를 인수분해하면?

① $(x - \sqrt{5})(x - \sqrt{7})$

② $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$

③ $(x + \sqrt{35})(x - 1)$

④ $(x + \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$

⑤ $(x - \sqrt{35})(x + 1)$

해설

$$x^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})x + \sqrt{5}\sqrt{7} = (x + \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$$

3. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

② $ma + mb - m = m(a + b)$

③ $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

④ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

⑤ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

해설

① $(2x - 3y)(x - y)$

② $m(a + b - 1)$

③ $4(4a + b)^2$

⑤ $(x + 1)(x - 6)$

4. 다음 중 $x^3y - xy^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① x ② x^3y ③ $xy(x-y)$
④ $x^2 - y^2$ ⑤ $x(x+y)$

해설

$$x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x+y)(x-y)$$

5. $9x^2 - (m-5)xy + 64y^2$ 이 완전제곱식이 되는 m 의 값들의 합을 구하면?

- ① -53 ② -43 ③ 10 ④ 43 ⑤ 53

해설

$$\begin{aligned} 9x^2 - (m-5)xy + 64y^2 &= (3x \pm 8y)^2 \\ &= 9x^2 \pm 48xy + 64y^2 \end{aligned}$$

$$(m-5) = 48 \text{ 일 때, } m = 53$$

$$(m-5) = -48 \text{ 일 때, } m = -43$$

$$\therefore 53 - 43 = 10$$

6. $(x-4)^2 + (2x+3)(2x-3) = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 9 \\ &= 5x^2 - 8x + 7\end{aligned}$$

$$a = 5, b = -8, c = 7$$

$$\therefore a + b + c = 5 - 8 + 7 = 4$$

7. 다음 두 식 $x^3 + 4x^2 + 4x$, $x^3 + 2x^2$ 의 공통인 인수를 구하면?

- ① $x(x+2)$ ② $x^2(x+2)$ ③ $x(x^2+2)$
④ $x(x+4)$ ⑤ $x^2(x+4)$

해설

$$x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^2 + 4x + 4) = x(x+2)^2$$

$$x^3 + 2x^2 = x^2(x+2)$$

∴ 공통인 인수는 $x(x+2)$

8. ax^2+5x+b 는 $x+3, 2x-1$ 을 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = -1$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(2x-1) &= 2x^2 - x + 6x - 3 \\ &= 2x^2 + 5x - 3\end{aligned}$$

$$a = 2, b = -3$$

$$\therefore a + b = 2 - 3 = -1$$

9. 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수분해 하는데 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $2(x+1)(x-5)$ 가 되었고, 진영이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $(2x+5)(x-3)$ 이 되었다.

다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(2x-5)(x+2)$ ② $2(x+1)^2$
③ $(x-2)(x+2)$ ④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(2x-4)(x+5)$

해설

민수는 $2(x+1)(x-5)$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고, 진영이는 $(2x+5)(x-3)$ 에서 x 의 계수 -1 을 맞게 보았다. 따라서 $2x^2 - x - 10 = (2x-5)(x+2)$ 이다.

10. 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + 4x - 5y + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax - y + b)(x + cy - d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a + b = 3$

② $b + c = 2$

③ $c + d = 1$

④ $a + c = -1$

⑤ $b + d = -3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (4 - 3y)x + 2y^2 - 5y + 3 \\ &= x^2 + (4 - 3y)x + (2y - 3)(y - 1) \\ &= (x - 2y + 3)(x - y + 1) \\ \therefore & a = 1, b = 1, c = -2, d = -3 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0, a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

12. 신이는 한 변의 길이가 각각 x cm, y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

13. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\ \therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

14. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

15. $a = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ &= \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

16. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

- | | |
|--|---|
| <input type="radio"/> ㉠ $x = 6, y = -4$ | <input type="radio"/> ㉡ $x = 6, y = 4$ |
| <input type="radio"/> ㉢ $x = -6, y = -4$ | <input type="radio"/> ㉣ $x = -6, y = 4$ |
| <input type="radio"/> ㉤ $x = 4, y = 6$ | <input type="radio"/> ㉥ $x = -4, y = 6$ |

- ① 한 개도 없다. ② 2개 ③ 3개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

17. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \quad -32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

18. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,

mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

20. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

21. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \dots + f(23) + f(24)$

이다.

k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x=4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, -(x+2)(x-4) = 0$$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

22. $11_{(m)}$ 에 3 배를 하여 3 을 더하면 $120_{(m)}$ 이 된다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$11_{(m)} = 1 \times m + 1$ 이므로

$11_{(m)}$ 에 3 배를 하여 3 을 더하면

$$3(m+1) + 3 = 3m + 6$$

또한, $120_{(m)} = 1 \times m^2 + 2 \times m + 0 \times 1 = m^2 + 2m$

따라서 $m^2 + 2m = 3m + 6$

$$m^2 - m - 6 = 0$$

$$(m+2)(m-3) = 0$$

이므로 $m = 3$ ($\because m > 0$) 이다.

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2ax - x + 2a = 0$ 과 $2x^2 + 2ax + 5x - a - 3 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. (단, $-4 < a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$x^2 - 2ax - x + 2a = 0$$

$$(x-1)(x-2a) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2a$$

$$2x^2 + 2ax + 5x - a - 3 = 0$$

$$(x+a+3)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -a-3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) 2a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{4}$$

$$(ii) -a-3 = 1 \text{ 일 때, } a = -4$$

$$(iii) 2a = -a-3 \text{ 일 때, } a = -1$$

따라서 $-4 < a < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

24. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = 2x^2 - 5x$ 를 만족하는 x 의

값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $x = 5$

해설

$$\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 5(3-x)$$

를 정리하면

$$x^2 - 2x - 15 + 5x = x^2 + 3x - 15$$

$$\text{즉, } x^2 + 3x - 15 = 2x^2 - 5x$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

25. 이차방정식 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2 - 3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $11 + \sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$