

1. $\sqrt{\frac{50}{3}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라.

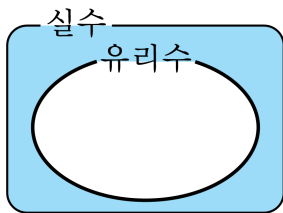
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

$$\frac{50}{3}x = \frac{2 \times 5^2 \times x}{3} \text{ 이므로 } x = 2 \times 3 = 6 \text{ 이다.}$$

2. 다음 중 색칠한 부분에 속하는 수인 것을 모두 찾으면?



① $-\sqrt{49}$

② $-\sqrt{\frac{25}{4}}$

③ $1.211211121111 \dots$

④ $\sqrt{\frac{81}{1000}}$

⑤ $0.\dot{6}$

해설

① $-\sqrt{49} = -7$ (유리수)

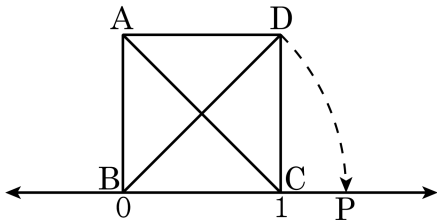
② $-\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$ (유리수)

③ $1.211211121111 \dots$ 비순환소수 (무리수)

④ $\sqrt{\frac{81}{1000}} = \frac{9}{10\sqrt{10}}$ (무리수)

⑤ $0.\dot{6}$ 순환소수 (유리수)

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P 에 대응하는 수는?



① $\sqrt{2} - 1$

② $1 - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + 1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P 는 점 B 를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

4. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552\end{aligned}$$

5. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(1-a)^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② 2

③ $2a - 2$

④ $2a + 2$

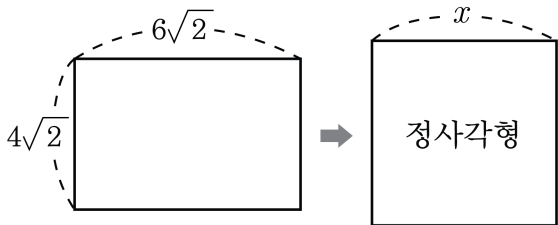
⑤ $-2a + 2$

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a - 1 < 0$, $1 - a > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{(1-a)^2} - \sqrt{(a-1)^2} &= (1-a) - \{-(a-1)\} \\ &= 1-a+a-1=0\end{aligned}$$

6. 가로 길이가 $6\sqrt{2}$ 이고, 세로 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내면? (단, b 는 제공인 인수가 없는 자연수)



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

직사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 48$ 이다.

따라서 $x^2 = 48$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ 이다.

7. $\sqrt{0.24} \div \sqrt{0.06} \div \sqrt{0.04}$ 를 간단히 하면?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$\sqrt{\frac{24}{100}} \times \sqrt{\frac{100}{6}} \times \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{100} = 10$$

8. 다음 유리화의 계산 과정이 옳지 않은 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{12}} \times 4\sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} \\ &= 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} \\ &= 4\sqrt{\frac{2}{3}} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} (\text{O}) \\ &= 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} (\text{O}) \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

9. $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$ 이 성립할 때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수이다.)

① 9

② -9

③ 3

④ -3

⑤ 0

해설

$$4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6}$$

$$= (4 - 1)\sqrt{2} + \frac{-23 + 11}{2}\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9$$

10. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = -\sqrt{5} + \sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{3} - \sqrt{48} = \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{30}{\sqrt{45}} = -9\sqrt{5}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{125} - \sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\textcircled{㉠} \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} \\ = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉢} 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉤} \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{30}{\sqrt{45}} &= \sqrt{5} - \frac{30}{3\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - \frac{10}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{125} - \sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

11. $a = \sqrt{7} - 5$ 일 때, $\sqrt{7}a + 5\sqrt{7}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(\text{준식}) = \sqrt{7}(\sqrt{7} - 5) + 5\sqrt{7} = 7 - 5\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 7$$

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

① 0의 제곱근은 1개이다.

② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

③ 제곱근 a 는 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

13. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2 - 3$

② $0.1a^2 + 3$

③ $0.5a^2 - 3$

④ $0.5a^2 + 3$

⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 \\ &= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) \\ &= 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

14. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

15. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)

② (무리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

③ (유리수) $\div$ (무리수) = (무리수)

④ (무리수) + (무리수) = (무리수)

⑤ (유리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

해설

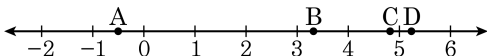
② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수

③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수

④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

16. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 10$

② $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 7$

③ $3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 5$

④ $5 - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$$4\sqrt{3} - 2 = \sqrt{48} - 2 \approx 4. \times \times \times : C$$

$$2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - 5 \approx -0. \times \times \times : A$$

$$10 - 3\sqrt{5} = 10 - \sqrt{45} \approx 3. \times \times \times : B$$

$$\sqrt{27} \approx 5. \times \times \times : D$$

$$a = 2\sqrt{5} - 5, b = 10 - 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a + b = (2\sqrt{5} - 5) + (10 - 3\sqrt{5}) = 5 - \sqrt{5}$$

17. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

18. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{ 에서 } 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{ 에서 } 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

19. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

20. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2 \times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18 \times (2 \times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2 \times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

21. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

22. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$

$3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \leq y-1 < 50$, 즉 $10 \leq y < 51$

두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.

따라서 $x=3, y=10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

23. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

24. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때

A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2} : b\sqrt{2} = 2 : 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

25. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.

(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.