

1. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4

② 9

③ 16

④ 36

⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$$-5 + \square = -1, \square = 4$$

4 는 16 의 양의 제곱근

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2 - 3$

② $0.1a^2 + 3$

③ $0.5a^2 - 3$

④ $0.5a^2 + 3$

⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 \\ &= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) \\ &= 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

3. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

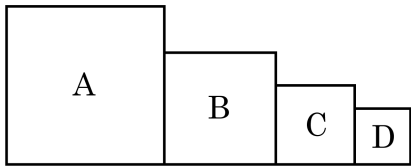
$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

4. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}\text{cm}$

② $\frac{1}{2}\text{cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$

따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

5. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

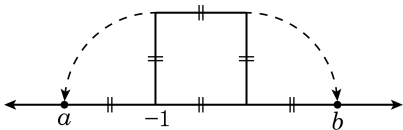
⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

6. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{b-a}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

7. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414

② -1.732

③ 1.732

④ -2.449

⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

8. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\begin{aligned}\therefore f(80) + f(45) &= 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 \\ &= 7\sqrt{5} - 14\end{aligned}$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

9. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

①

-1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

10. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$a + 3 = -(\alpha + \beta) \text{ 에서 } a = -\alpha - \beta - 3$$

$$3a - 3 = \alpha\beta \text{ 에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$$

$$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$$

$$\alpha + 3 = \pm 1 \text{ 일 때, } \beta + 3 = \mp 3 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$$

$$\therefore a = -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5$$

11. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

① 5

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}(58 - 42)(58 + 42)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10 \end{aligned}$$

12. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$ab = -4$ 를 대입하면 $a + b = 5$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165\end{aligned}$$

13. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ $\sqrt{x}$

㉤ $-\frac{1}{x}$

㉥ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

14. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{\left\{ (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2 \right\}^2} \\ &= \sqrt{-5 + 6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

15. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

$\vdots$

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$\begin{aligned} f(1) + f(2) + \cdots + f(10) &= 3(1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

16. 부등식 $2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$2\sqrt{2} = \sqrt{8} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 이므로 $8 < x \leq 11$ 인 자연수는 $x = 9, 10, 11$ 이다.

17. $x = 2\sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{2} + 3$

해설

$x = 2\sqrt{2} + 1$ 에서 $x - 1 = 2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2x + 1 = 8, x^2 - 2x = 7$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식}) &= x(x^2 - 2x) + x - 5 \\ &= 8x - 5 = 8(2\sqrt{2} + 1) - 5 \\ &= 16\sqrt{2} + 3\end{aligned}$$

18. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 16$

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p \\ = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5) + p\end{aligned}$$

$x^2 + 4x = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(A+3)(A-5) + p &= A^2 - 2A - 15 + p = (A-1)^2 \\ -15 + p &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore p = 16$$

19. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 된다. 이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c + d = -2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x) \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

$$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

20. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{a^2b^2} + 1$ 일 때, $a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{a^2b^2} + 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^4 + a^4}{a^2b^2} = \frac{1 + a^2b^2}{a^2b^2}, a^4 + b^4 - a^2b^2 = 1$$

$$\therefore (a^2 - b^2)^2 = 1 - a^2b^2$$

$$\therefore a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4$$

$$= a^8 + b^8 + (1 - a^2b^2)^2$$

$$= a^8 + b^8 + a^4b^4 - 2a^2b^2 + 1$$

$$= (a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4) - 2a^2b^2 + 1$$

$$= (a^4 + a^2b^2 + b^2) - 2a^2b^2 + 1$$

$$= a^4 - a^2b^2 + b^4 + 1$$

$$= 2$$

21. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$

$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$

$$= 2$$

22. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{8}{3}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x}$$

$$= \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$$

$$= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50}$$

$$+ \cdots + \sqrt{81} - \sqrt{80}$$

$$= -\sqrt{49} + \sqrt{81}$$

$$= -7 + 9 = 2$$

$(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 = 0$$

$$2a^2 + 8a + 8 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$3x^2 + 2x - 16 = 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3}$$

23. $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 이므로 $m^2 - m - 1 = 0$

$$m^2 = m + 1$$

$$m^3 = m^2 + m$$

$$m^4 = m^3 + m^2$$

$\vdots$

$$m^n = m^{n-1} + m^{n-2}$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})} \\ &= \frac{m^{2n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= \frac{m^n m^{n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= \frac{m^{2n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$

$$\therefore a = -6$$

또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$$

25. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3$$

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3 \quad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.

$$\therefore -7 + 5 = -2$$