

1. 넓이가 4cm^2 , 5cm^2 , 19cm^2 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}\text{cm}$

해설

$$4 + 5 + 19 = 28$$

$$28 \text{ 의 양의 제곱근 : } \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

2. $1.2 < \sqrt{x} < 2.1$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

해설

$$1.2 < \sqrt{x} < 2.1$$

$$1.44 < x < 4.41$$

$$x = 2, 3, 4$$

3. $6x^2 + ax + 5$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 다음 중 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① -15 ② -13 ③ 17 ④ 11 ⑤ -31

해설

$$6x^2 + ax + 5$$

㉠ $(2x \pm 5)(3x \pm 1)$ 일 때, $a = \pm 17$

㉡ $(3x \pm 5)(2x \pm 1)$ 일 때, $a = \pm 13$

㉢ $(6x \pm 5)(x \pm 1)$ 일 때, $a = \pm 11$

㉣ $(x \pm 5)(6x \pm 1)$ 일 때, $a = \pm 31$

4. $75x^2 - 12y^2 = a(bx + cy)(bx - cy)$ 일 때, 자연수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x + 2y)(5x - 2y)$$

$$\therefore a = 3, b = 5, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

5. $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수를 모두 찾으시오.

㉠ $x - 1$

㉡ $x + 1$

㉢ $x - 2$

㉣ $x + 2$

㉤ $x - 4$

㉥ $x + 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$x^2 + 3x = A$ 라고 하자.

$$(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$$

$$= (A + 3)(A - 5) + 7$$

$$= A^2 - 2A - 15 + 7$$

$$= A^2 - 2A - 8$$

$$= (A + 2)(A - 4)$$

$$= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$$

$$= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + 4)$$

따라서 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수는 $x + 1, x + 2, x - 1, x + 4$ 이다.

6. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

① 28

② 35

③ 63

④ 67

⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

7. $x - y = 4$, $xy = 1$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x - y)^2 + 3xy \\ &= 4^2 + 3 \times 1 \\ &= 16 + 3 = 19\end{aligned}$$

8. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.

㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.

㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\text{㉢ 제곱근 } \frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

10. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

11. $5x + y = 15$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

12. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

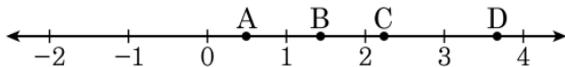
13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

14. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

15. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개

② 10 개

③ 9 개

④ 8 개

⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

16. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

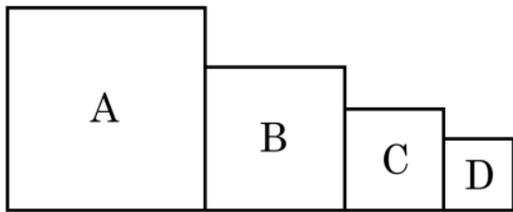
$$= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

17. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}$ cm

② $\frac{1}{2}$ cm

③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm

④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$

따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

18. \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

19. $x = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}}, y = \frac{-1}{5 + 2\sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - 10x - 2y^2 - 20y - 13(x - y)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -129

해설

$$\begin{aligned}x &= 5 + 2\sqrt{6}, y = -(5 - 2\sqrt{6}) \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= x(x - 10) - 2y(y + 10) - 13(x - y) \\&= -1 - 2 \times (-1) - 130 \\&= 1 - 130 = -129\end{aligned}$$

20. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$$

$$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$$

(3) c 의 범위

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore b < a < c$$

21. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \quad \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \quad \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\begin{aligned} \therefore f(80) + f(45) &= 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 \\ &= 7\sqrt{5} - 14 \end{aligned}$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

22. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6

④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

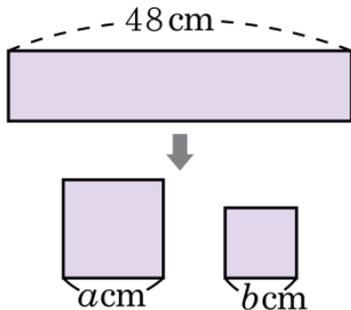
$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$

$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

23. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$$4a + 4b = 48 \text{ 이므로 } a + b = 12$$

$$\text{또, } a^2 + b^2 = 74$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$74 = 144 - 2ab$$

$$ab = 35$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$$

$$a - b > 0, a - b = 2$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$$

24. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

25. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.