

1.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

2.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 켤레복소수이다.)

- ㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.

㉡  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  또는  $\beta = 0$  이다.

㉢  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 :  $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢  $\alpha = x + yi$  라 하면  
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$   
 $x^2 + y^2 = 0$  이려면  $x = 0, y = 0$   
즉,  $\alpha = 0$

3.  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

①  $x = -\sqrt{2}$

②  $x = \sqrt{2}$

③  $x = 0$

④  $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤  $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

4. 이차방정식  $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수  $k$ 의 범위를 정하면?

①  $k < 1$

②  $k \leq 1$

③  $k < 3$

④  $k \leq 3$

⑤  $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

5. 이차방정식  $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수  $k$  값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 5

⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

( i ) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$x^2$ 의 계수는  $1 - k \neq 0$  이어야 한다.

따라서  $k \neq 1$

( ii ) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식  $D < 0$  이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

6. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 - i$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하면? (단,  $a, b$  는 실수)

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인  $1 + i$  이므로  
두 근의 합:  $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$   
두 근의 곱:  $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$   
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

7. 연립방정식 
$$\begin{cases} x + 2y = 2 & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 0 & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 3z = 0 & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

의 해를  $x = a, y = b, z = c$  라 할 때,  $a(b + c)$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{4}$                       ④  $\frac{1}{5}$                       ⑤  $\frac{1}{6}$

해설

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉢}$  에서  $2y - x = 0 \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉣}$  에서  $4y = 2 \quad \therefore y = \frac{1}{2} \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉣}$  에서  $x = 1, z = -\frac{1}{3}$

$\therefore a(b + c) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$

8. 부등식  $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하도록  $k$ 의 범위를 정하면  $a < k < \beta$ 이다. 이 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든  $x$ 에 대해서 성립하려면,

판별식이 0보다 작아야 한다

$D = k^2 + 4k < 0$ 에서

$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$

$\alpha = -4, \beta = 0$

$\therefore \alpha + \beta = -4$

9. 이차부등식  $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가  $-4 < x < 2$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.(단,  $a$ 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-8$

해설

해가  $-4 < x < 2$  이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

10. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1 < x < 2$

해설

부등식  $x^2 - 4 < 0$ 에서  $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서  $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는  $x$ 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

11.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

12.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값  $= k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

13. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고,  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-4$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해  $a = 3$ ,  $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

14. 다항식  $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$ 를 인수분해 하면?

- ①  $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$       ②  $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$   
③  $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$       ④  $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$   
⑤  $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+21 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21\end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면,

$$\begin{aligned}(A-2)(A-12)+21 &= A^2-14A+45 \\ &= (A-9)(A-5)\end{aligned}$$

$$\therefore (x^2+x-9)(x^2+x-5)$$

15.  $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$  의 값을  $a$  라 할 때,  $\frac{a+1}{a-1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

16. 복소수  $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$   
순허수이려면 실수부가  $0 \Rightarrow 1 - x = 0,$   
 $x = 1$

17. 다음 중 그 값이  $i+i^2+i^3+\cdots+i^{114}$  의 값과 같은 것은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )

- ①  $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$
- ②  $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$
- ③  $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$
- ④  $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$
- ⑤  $\frac{1}{i}+\frac{1^2}{i}+\frac{1^3}{i}+\frac{1^4}{i}+\frac{1^5}{i}+\frac{1^6}{i}$

해설

$i^n$ 의 주기성을 묻는 문제이다.  
 $i=i, i^2=-1, i^3=i^2i=-i, i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$   
이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.  
(준식)  $= (i+i^2+i^3+i^4) + (i^5+i^6+i^7+i^8) + \cdots + (i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112}) + i^{113}+i^{114}$   
 $= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \cdots + (i-1-i+1) + i-1$   
 $= i-1$   
① (준식)  $= (i-i+i-i) + i-i = 0$   
② (준식)  $= (i+1-i-1) + i+1 = i+1$   
③ (준식)  $= (-1+i+1-i) - 1+i = -1+i$   
④ (준식)  $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$   
⑤ (준식)  $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$

18.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이  $m$ 에 관계없이 항상 중근을 가질 때,  $a + 3b$ 의 값은?

① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

해설

$$x^2 + 2 \cdot (m + a - 2)x + (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\text{중근을 가지려면 } \frac{D}{4} = 0$$

$$(m + a - 2)^2 - 1 \cdot (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$m$ 에 대한 항등식이므로

정리해서  $m$ 으로 묶으면,

$$m \cdot (2a - 4) + (4 - 4a + 3b) = 0$$

$$a = 2, 3b = 4a - 4 = 4$$

$$\therefore a + 3b = 6$$

19. 두 포물선  $y = x^2 - 2ax + 4$ ,  $y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$  중 하나만이  $x$  축과 만날 때, 상수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

- ①  $a \leq -5$  또는  $-3 \leq a < -1$  또는  $a > 0$   
 ②  $a \leq -4$  또는  $-1 \leq a < 1$  또는  $a > 2$   
 ③  $a \leq -2$  또는  $1 \leq a < 2$  또는  $a > 3$   
 ④  $a \leq 0$  또는  $2 \leq a < 3$  또는  $a > 5$   
 ⑤  $a \leq 1$  또는  $3 \leq a < 4$  또는  $a > 9$

# 해설

이차방정식  $x^2 - 2ax + 4 = 0$ ,  $x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4 = 0$ 의 판별식을 각각  $D_1$ ,  $D_2$ 라 하자.  $y = x^2 - 2ax + 4$ 의 그래프가

$x$ 축과 만날 조건은  $\frac{D_1}{4} = a^2 - 4 \geq 0$

$\therefore a \leq -2$  또는  $a \geq 2$  ..... ㉠

$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$ 의 그래프가  $x$ 축과 만날 조건은

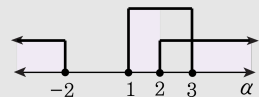
$\frac{D_2}{4} = (a-1)^2 - 2a^2 + 6a - 4 \geq 0$

$-a^2 + 4a - 3 \geq 0$ ,  $a^2 - 4a + 3 \leq 0$

$(a-1)(a-3) \leq 0$

$\therefore 1 \leq a \leq 3$  ..... ㉡

두 개의 포물선 중 하나만이  $x$ 축과 만나려면 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내어 ㉠, ㉡중 하나만을 만족하는  $a$ 의 값의 범위를 구하면 된다.



따라서, 구하는  $a$ 의 값의 범위는  $a \leq -2$  또는  $1 \leq a < 2$  또는  $a > 3$

20.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} &2x - x^2 + 4y - y^2 + 3 \\ &= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x, y$ 는 실수이므로  $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$   
따라서  $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은  
 $x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

21. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$  에서  
 $x^2 - 2x = t$  로 놓으면  
 $t(t - 2) - 3 = 0,$   
 $t^2 - 2t - 3 = 0$   
 $(t - 3)(t + 1) = 0$   
 $\therefore t = 3$  또는  $t = -1$   
( i )  $t = 3$  , 즉  $x^2 - 2x = 3$  일 때  
 $x^2 - 2x - 3 = 0$   
 $(x - 3)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 3$   
( ii )  $t = -1$  , 즉  $x^2 - 2x = -1$  일 때  
 $x^2 - 2x + 1 = 0$   
 $(x - 1)^2 = 0$   
 $\therefore x = 1$  (중근)  
따라서,  $-1 \times 3 \times 1 = -3$

22. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$  의 한 근이  $1 + 2i$  일 때, 두 실수  $a + b$  의 합  $a + b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

한 근이  $1 + 2i$  이므로 복소수의 켤레근인  $1 - 2i$  도 근이다. 또 다른 근은  $\alpha$  라 하자.

$$(1 + 2i)(1 - 2i)\alpha = 5, 5\alpha = 5$$

$$\alpha = 1$$

$$-a = (1 + 2i) + (1 - 2i) + 1 = 3$$

$$a = -3$$

$$b = (1 + 2i)(1 - 2i) + (1 - 2i) + (1 + 2i) = 7$$

$$\therefore a + b = 4$$

23. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x - 2y + z = 3x - y + z = x + 2y - 4z + 10 = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 0$

▷ 정답 :  $y = 0$

▷ 정답 :  $z = 2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 2y - 4z = -8 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

따라서  $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$x + y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉠} \times 4 + \textcircled{㉢}$ 에서

$$3x - 2y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉣} \times 2 + \textcircled{㉤}$ 에서  $5x = 0$

$$\therefore x = 0, y = 0$$

$x = 0, y = 0$ 을  $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면  $z = 2$

24. 세 변의 길이가  $a, b, c$  인  $\triangle ABC$ 에 대하여  $a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c$ 인 관계가 성립할 때,  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서,  $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

25. 다항식  $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  가  $x - \alpha$  로 나누어떨어질 때,

$f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

- ① 0
- ②  $a_0$
- ③  $a_1$
- ④  $a_5$
- ⑤  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해  $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는  $f(f(\alpha))$

$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

26.  $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수  $x$ 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 0      ②  $\sqrt{3}$       ③  $-\sqrt{3}$       ④ 1      ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i \end{aligned}$$

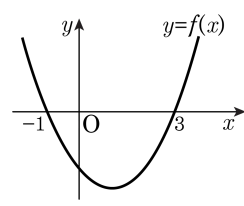
실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$$

27. 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식  $f(2x - 1) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
④ 2                      ⑤ 3

해설

$y = f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축의 교점의  $x$ 좌표가  $-1, 3$ 이므로  
 $f(x) = a(x+1)(x-3)$  ( $a > 0$ )으로 놓을 수 있다.  
이때,  $f(2x-1) = a(2x-1+1)(2x-1-3) = 4ax(x-2)$ 이므로  
 $f(2x-1) = 0$ 에서  
 $4ax(x-2) = 0$   
 $\therefore x = 0$  또는  $x = 2$   
따라서 두 근의 합은 2이다.

28. 삼차방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 하고  $f(n) = 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + \cdots + \frac{1}{\omega^n}$ 라 정의할 때,  $f(n) = 0$ 이 되게 하는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 2                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 1 &= 0 \\ (x - 1)(x^2 + x + 1) &= 0 \\ x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 근 } \omega \\ \Rightarrow \omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 &= 0 \\ f(n) &= 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + \cdots + \frac{1}{\omega^n} \\ f(1) &= 1 + \frac{1}{\omega} = \frac{\omega + 1}{\omega} = \frac{-\omega^2}{\omega} = -\omega \\ f(2) &= 1 + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^2 + \omega + 1}{\omega^2} = 0 \end{aligned}$$

자연수  $n$ 의 최솟값은 2

29. 두 부등식  $x^2 - 2x - 8 > 0$ ,  
 $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$ 에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록  
하는 실수  $a$ 의 범위를  $b \leq a \leq c$ 라 할 때,  $b + c$ 의 값을 구하면?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$(x - 4)(x + 2) > 0$ ,  
 $\therefore x > 4, x < -2$   
 $x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1) < 0$   
 $(x - a)(x - a - 1) < 0$   
두 부등식의 공통범위가 없으려면  
 $a \geq -2, a + 1 \leq 4 \rightarrow a \leq 3$   
 $\therefore -2 \leq a \leq 3$   
 $\therefore b = -2, c = 3$   
 $\therefore b + c = 1$

30. 방정식  $x^2 + px + 2p + 1 = 0$  의 두 근 중 한 근은  $-1$  보다 작고 다른 한 근은  $1$  보다 클 때, 실수  $p$  의 값의 범위는 ?

①  $p > -2$

②  $p > -1$

③  $p < -2$

④  $p < -1$

⑤  $p < 1$

해설

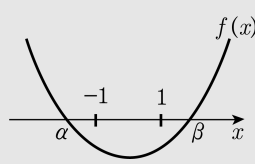
$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면

( i )  $f(-1) = p + 2 < 0 \therefore p < -2 \dots$

①

( ii )  $f(1) = 3p + 2 < 0 \therefore p < -\frac{2}{3} \dots$  ②

①, ② 에서  $p < -2$



31. 다항식  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다.  $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

①  $x^4 + 5x^2 + 1$       ②  $x^4 + x^2 - 3$       ③  $x^4 - 5x^2 + 1$

④  $x^4 + x^2 + 3$       ⑤ 답 없음

해설

$$x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 = t - 1$$

주어진 식에 대입하면

$$f(t) = (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3$$

$$\therefore f(t) = t^2 + 3t - 1$$

$$\begin{aligned} f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3 \end{aligned}$$

32.  $x^2 - x + 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면  $f(\alpha) = \beta + 1, f(\beta) = \alpha + 1$  을 만족하는 이차항의 계수가 1인 이차의 다항식  $f(x)$  에 대하여  $f(1)$  의 값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1 (\alpha \neq \beta)$   
 $f(x) = x^2 + ax + b$  라 하면  
 $f(\alpha) = \alpha^2 + a\alpha + b = \beta + 1$   
 $f(\beta) = \beta^2 + a\beta + b = \alpha + 1$   
 $f(\alpha) - f(\beta) = \alpha^2 - \beta^2 + a(\alpha - \beta) = -(\alpha - \beta)$   
 $\alpha \neq \beta$  이므로 양변을  $\alpha - \beta$  로 나누면  
 $\alpha + \beta + a = -1 \quad \therefore a = -2 (\because \alpha + \beta = 1)$   
 $f(\alpha) = \alpha^2 - 2\alpha + b = \beta + 1$   
 $f(\beta) = \beta^2 - 2\beta + b = \alpha + 1$   
 $f(\alpha) + f(\beta) = \alpha^2 + \beta^2 - 2(\alpha + \beta) + 2b = \alpha + \beta + 2$   
 $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 2b = \alpha + \beta + 2$   
 $1 - 2 - 2 + 2b = 3 \quad \therefore b = 3$   
 $\therefore f(x) = x^2 - 2x + 3$   
 $f(1) = 2$

33. 사차방정식  $x^4 - 2x^2 + ax + b = 0$ 이 허근  $1 + 2i$ 를 가질 때, 실근  $\alpha, \beta$ 와  $a, b$ 의 합  $\alpha + \beta + a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이고  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $-3$

②  $-1$

③  $2$

④  $5$

⑤  $7$

해설

계수가 실수이므로  $1 + 2i$ 가 근이면  $1 - 2i$ 도 근이다.

따라서  $f(x) = x^4 - 2x^2 + ax + b$ 는  $\{x - (1 + 2i)\} \{x - (1 - 2i)\}$

즉,  $x^2 - 2x + 5$ 로 나누어 떨어져야 한다.

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + ax + b = (x^2 - 2x + 5)(x^2 + 2x - 3) + (a - 16)x + b + 15$$

$$\text{따라서, } a = 16, b = -15$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \text{에서 } a + \beta = -2$$

$$\therefore \alpha + \beta + a + b = -1$$